



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA**

**CENTRO DE TECNOLOGIA**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DO CURSO**

**NATÁLIA SANTOS AQUINO DE ARAÚJO**

**AVALIAÇÃO DO USO DE AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADOS NA  
REDUÇÃO DE VIBRAÇÕES EM ESTRUTURAS SUBMETIDAS A CARGAS  
DINÂMICAS**

**JOÃO PESSOA, PB**

**2019**

NATÁLIA SANTOS AQUINO DE ARAÚJO

**AVALIAÇÃO DO USO DE AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADOS NA  
REDUÇÃO DE VIBRAÇÕES EM ESTRUTURAS SUBMETIDAS A CARGAS  
DINÂMICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal da Paraíba, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Engenheira Civil.

Orientadora: Prof<sup>a</sup> Dra. Andrea Brasiliano Silva

JOÃO PESSOA – PB

2019

**Catálogo na publicação**  
**Seção de Catalogação e Classificação**

A663a Araujo, Natalia Santos Aquino de.

AVALIAÇÃO DO USO DE AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADOS  
NA REDUÇÃO DE VIBRAÇÕES EM ESTRUTURAS SUBMETIDAS A  
CARGAS DINÂMICAS / Natalia Santos Aquino de Araujo. -  
João Pessoa, 2019.

87 f.

Orientação: Andrea Brasiliano Silva.  
TCC (Especialização) - UFPB/CT.

1. Vibrações. 2. Controle Estrutural. 3. Amortecedores  
de Massa Sintonizados. 4. Resposta Dinâmica. I. Silva,  
Andrea Brasiliano. II. Título.

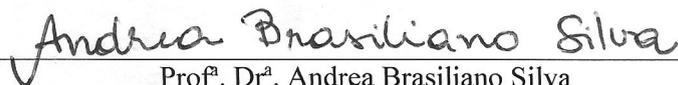
UFPB/BC

## FOLHA DE APROVAÇÃO

NATÁLIA SANTOS AQUINO DE ARAÚJO

### **AVALIAÇÃO DO USO DE AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADOS NA REDUÇÃO DE VIBRAÇÕES EM ESTRUTURAS SUBMETIDAS A CARGAS DINÂMICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso em 26/09/2019 perante a seguinte Comissão Julgadora:



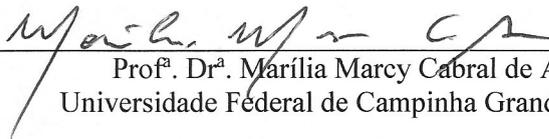
Prof.<sup>a</sup>. Dr.<sup>a</sup>. Andrea Brasiliano Silva  
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

APROVADA



Prof. Dr. Hidelbrando José Farkat Diógenes  
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

APROVADA



Prof.<sup>a</sup>. Dr.<sup>a</sup>. Marília Marcy Cabral de Araújo  
Universidade Federal de Campinha Grande - UFCG

Aprovada



Prof.<sup>a</sup>. Andrea Brasiliano Silva  
Matrícula Siape: 1549557  
Coordenadora do Curso de Graduação em Engenharia Civil

## AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, à Deus, por tudo que Ele fez e faz por mim, por todas as oportunidades que me foram concedidas e as graças alcançadas, por ter me dado ânimo, coragem, direcionamento e sabedoria em todos os momentos ao longo dessa caminhada, por ter sido luz e consolo nos momentos difíceis em que tudo parecia indeciso e confuso, por nunca desistir de mim mesmo eu não sendo merecedora de tantas bênçãos e por ter colocado em minha vida pessoas que tornaram mais leve essa árdua caminhada.

Aos meus pais, Irasélia Maria e Lucinaldo Aquino, por todo o amor, cuidado, confiança, dedicação, compreensão, por apoiarem todos os meus sonhos e me ajudar a conquistar todos eles, por fazer o possível e o impossível por mim, por serem exemplos de honestidade e justiça me ensinando e mostrando as atitudes, os valores e os caminhos corretos os quais devem ser seguidos. Obrigada por serem meu porto seguro e, por muitas vezes, renunciarem seus sonhos para que eu pudesse realizar o meu, sem vocês eu nunca teria chegado até aqui. Vocês são a razão de tudo e os amores da minha vida.

Ao meu irmão, Rodrigo Santos, por todo o apoio, dedicação e suporte que me foram dados, por estar sempre ao meu lado e ser exemplo de dedicação, esforço e por me mostrar que não há obstáculos que não possam ser superados para se alcançar os nossos sonhos.

À minha amada avó, Irene Eunice (*in memoriam*), por todo amor, carinho, cuidado, preocupação. Por ter sido presente em minha vida, me ensinando e me mostrando o caminho do bem. Por nunca ter hesitado em me ajudar, qualquer que fosse a situação, por sonhar comigo os meus sonhos e me encorajar a ir em busca deles. Obrigada por ter sido e por ser a minha força e inspiração para que eu conquiste todos os meus objetivos. Agradeço aos meus avós, Terezinha Aquino e Severino Gomes (*in memorian*), a todos os meus tios e tias, primos e primas por todo o apoio e por acreditarem em mim.

Agradeço à Brunno, meu companheiro e parceiro de todas as horas, que acredita em mim e em minha capacidade mais do que eu mesma, que caminha ao meu lado em busca dos meus sonhos me dando seu amor, paciência, compreensão e me encorajando a superar todos os medos e dificuldades.

Agradeço a todos os professores do curso de Engenharia Civil por todo o conhecimento repassado e por terem contribuído, cada um de sua forma, na minha formação pessoal e profissional. Agradeço, em particular, ao professor Celso Augusto pelas oportunidades e

ensinamentos que me foram dados e repassados no decorrer do curso auxiliando no aperfeiçoamento e na obtenção de conhecimentos. E agradeço, em especial, à minha orientadora Andréa Brasiliano Silva, por todo o apoio, ensinamento, paciência, compreensão, amizade, por ser exemplo de profissional e de pessoa, por ter partilhado comigo todas as angústias e alegrias que este trabalho me proporcionou e, acima de tudo, por ter acreditado em mim em todos os momentos me dando forças e o auxílio necessário.

Agradeço a todos os meus amigos pelo companheirismo, força, amizade, amor, compreensão, por acreditarem em mim, por torcerem, vibrarem e chorarem ao meu lado em todos os momentos. Aos amigos de curso Júnior, Yago, Tatiane, Chiara, Mateus, Lucas Alves, Lucas Santos, Gracielle, Eleóni, Ana Paula e Marcos por terem tornando mais leve e feliz essa longa caminhada e aos amigos de longa data Allana, Amanda, Lee Anny, Andréa, Joana, Augusto, Jhonathan e Ana Carla.

Não é possível chegar a lugar algum sozinho e, por isso, carrego em minha conquista cada um de vocês. Obrigada a todos.

*“[...] Sejam fortes e corajosos. Não tenham medo nem fiquem apavorados por causa delas, pois o Senhor, o seu Deus, vai com vocês; nunca os deixará, nunca os abandonará.”*

(Deuteronômio 31:6)

## RESUMO

Os avanços na Engenharia Civil, nos métodos computacionais e na ciência dos materiais tem proporcionado estruturas cada vez mais esbeltas, flexíveis, com grandes vãos e, portanto, mais suscetíveis à ocorrência de vibrações excessivas. Diante disso, frente à necessidade de garantir o bom desempenho da estrutura nas situações de serviço e evitar o comprometimento da segurança e integridade das edificações, é necessário que se busque alternativas para a atenuação das vibrações. O controle estrutural surge como uma das alternativas para essa problemática e pode ser classificado em passivo, ativo, semi-ativo e híbrido. O sistema passivo caracteriza-se por possuir funcionamento independente de qualquer tipo de energia externa e tem sido uma das técnicas mais implementadas na Engenharia Civil. O amortecedor de massa sintonizado (AMS) é um dispositivo de controle passivo composto por um ou vários sistemas massa-mola-amortecedor sintonizados de acordo com a frequência natural da estrutura que se quer se controlar. O objetivo deste trabalho é avaliar o uso de amortecedores de massa sintonizados sob diversas configurações - de quantidade e localização - na redução da resposta dinâmica de uma estrutura plana apoiada de concreto armado com dois, cinco e dez pavimentos submetida a excitações sísmicas e harmônicas. A estrutura é modelada em *shear building* em que cada andar representa um grau de liberdade e para a resolução das equações de movimento, no domínio do tempo, utilizou-se uma rotina computacional do MATLAB baseada na metodologia descrita por Newmark. Inicialmente, simulou-se as estruturas apenas com o amortecimento próprio e, posteriormente, baseado nos métodos descritos por Den Hartog, Villaverde e Jangid, obtiveram-se os parâmetros dos amortecedores de massa sintonizados que foram dispostos de diferentes formas: um AMS no topo, um AMS em cada pavimento da estrutura e dois AMS em paralelo no topo. Os resultados obtidos foram comparados e verificou-se que as estruturas apresentaram uma redução considerável em suas respostas dinâmicas para os dois tipos de carregamentos utilizados.

**PALAVRAS CHAVE:** Vibrações, Controle Estrutural, Amortecedores de Massa Sintonizados, Resposta Dinâmica.

## **ABSTRACT**

Advances in Civil Engineering, computational methods and materials science have provided increasingly slender, flexible structures with large spans and thus more susceptible to excessive vibration. Given this, given the need to ensure the good performance of the structure in service situations and avoid compromising the safety and integrity of buildings, it is necessary to look for alternatives to mitigate vibrations. Structural control is one of the alternatives to this problem and can be classified as passive, active, semi-active and hybrid. The passive system is characterized by having independent operation of any type of external energy and has been one of the most implemented techniques in Civil Engineering. The tuned mass damper (TMD) is a passive control device composed of one or more mass spring-damper systems tuned to the natural frequency of the structure to be controlled. The objective of this work is to evaluate the use of tuned mass dampers under various configurations - quantity and location - in the reduction of the dynamic response of a two, five and ten deck reinforced concrete flat structure subjected to seismic and harmonic excitations. The structure is modeled on shear building where each floor represents a degree of freedom and for the resolution of the equations of motion, in the time domain, a MATLAB computational routine based on the methodology described by Newmark was used. Initially, the structures were simulated with only its own damping, and later, based on the methods described by Den Hartog, Villaverde and Jangid, we obtained the parameters of the tuned mass dampers that were arranged in different ways: an TMD at the top, one TMD on each floor of the structure and two TMD in parallel at the top. The results were compared and it was verified that the structures presented a considerable reduction in their dynamic responses for the two types of loads used.

**KEYWORDS:** Vibrations, Structural Control, Tuned Mass Dampers, Dynamic Response.

## ÍNDICE DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 - Exemplo de formas de carregamentos determinísticos periódicos mais usuais. ....  | 26 |
| Figura 2 - Exemplo de formas de carregamentos determinísticos não-periódicos mais usuais.<br>.....  | 26 |
| Figura 3 – Idealização do SDOF: (a) componentes básicos (b) forças em equilíbrio. ....  | 27 |
| Figura 4 - Respostas para o amortecimento supercrítico, crítico e subcrítico. ....  | 29 |
| Figura 5 - Fator de Amplificação em função da relação entre frequências. ....   | 32 |
| Figura 6 - Sistema mecânico de N graus de liberdade. ....   | 33 |
| Figura 7 - Diagramas de corpo livre do sistema de N graus de liberdade. ....  | 34 |
| Figura 8 - Amortecedor de Massa Sintonizado. ....   | 40 |
| Figura 9 - Estrutura com N graus de liberdade e com N amortecedores de massa sintonizados<br>(ou Tuned Mass Dampers) dispostos verticalmente. ....  | 41 |
| Figura 10 - Estrutura com N graus de liberdade e com N amortecedores de massa sintonizados<br>(ou Tuned Mass Dampers) dispostos horizontalmente no topo da estrutura. ....                                    | 43 |
| Figura 11 - Etapas utilizadas na metodologia do trabalho. ....  | 44 |
| Figura 12 - Pórticos planos engastado na base com (a) 2 pavimentos, (b) 5 pavimentos e (c) 10<br>pavimentos. ....   | 46 |
| Figura 13 - Shear building das estruturas da Figura 11 com 2, 5 e 10 graus de liberdade<br>respectivamente. ....  | 47 |
| Figura 14 - Acelerograma do sismo El Centro, ocorrido no sudeste da Califórnia. ....  | 49 |
| Figura 15 - Representação genérica da carga $pi$ equivalente ao sismo aplicada em todos os<br>pavimentos. ....  | 50 |
| Figura 16 - Força de excitação harmônica causada por máquina rotativa desbalanceada no<br>primeiro pavimento. ....  | 50 |
| Figura 17 - Representação genérica da carga harmônica aplicada no primeiro pavimento. ....  | 51 |
| Figura 18 - Etapas utilizadas na organização da rotina. ....  | 56 |
| Figura 19 - Resposta da estrutura em termos de deslocamento no topo para o sismo El Centro<br>obtido (a) por Kronbauer (2013) e (b) no processo de validação. ....  | 57 |
| Figura 20 - Resposta da estrutura em termos de aceleração no topo para o sismo El Centro<br>obtido (a) por Kronbauer (2013) e (b) no processo de validação. ....  | 58 |
| Figura 21 - Respostas de (a) deslocamento e (b) aceleração da estrutura em função do tempo no<br>segundo pavimento sem a inserção de amortecedores. ....  | 59 |
| Figura 22 - Deslocamento máximo no topo do edifício de dois pavimentos com um amortecedor<br>no topo em função da relação de massas $\mu$ . ....  | 59 |
| Figura 23 - Análise no domínio do tempo com relação aos (a) deslocamentos e (b) acelerações<br>para a estrutura de dois pavimentos sem amortecedor e com um amortecedor no topo da<br>estrutura. ....         | 63 |
| Figura 24 - Deslocamento absoluto máximo de acordo com o número de pavimentos da<br>estrutura para cada um dos métodos utilizados para o shear building de dois pavimentos<br>submetido à carga sísmica. .... | 63 |
| Figura 25 - Respostas de (a) deslocamento e (b) aceleração da estrutura em função do tempo no<br>quinto pavimento sem a inserção de amortecedores. ....   | 64 |
| Figura 26 - Deslocamento máximo no topo do edifício de cinco pavimentos, com um<br>amortecedor no topo, em função da relação de massas $\mu$ . ....   | 65 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 27 - Análise no domínio do tempo com relação aos (a) deslocamentos e (b) acelerações para a estrutura de cinco pavimentos sem amortecedor e com um amortecedor no topo da estrutura. ....   | 66 |
| Figura 28 - Deslocamento absoluto máximo de acordo com o número de pavimentos da estrutura para cada um dos métodos utilizados para o shear building de cinco pavimentos submetido à carga sísmica. ....   | 67 |
| Figura 29 - Respostas de (a) deslocamento e (b) aceleração da estrutura em função do tempo no décimo pavimento sem a inserção de amortecedores. ....   | 68 |
| Figura 30 - Deslocamento máximo no topo do edifício de dez pavimentos, com um amortecedor no topo, em função da relação de massas $\mu$ . ....   | 68 |
| Figura 31 - Análise no domínio do tempo com relação aos (a) deslocamentos e (b) acelerações para a estrutura de dez pavimentos sem amortecedor e com dois amortecedores em paralelo no topo da estrutura. ....                                   | 70 |
| Figura 32 - Deslocamento absoluto máximo de acordo com o número de pavimentos da estrutura para cada um dos métodos utilizados para o shear building de dez pavimentos submetido à carga sísmica. ....   | 70 |
| Figura 33 - Respostas de (a) deslocamento e (b) aceleração da estrutura em função do tempo no segundo pavimento sem a inserção de amortecedores. ....  | 71 |
| Figura 34 - Deslocamento máximo no topo do edifício de dois pavimentos, com um amortecedor no topo, em função da relação de massas $\mu$ . ....  | 72 |
| Figura 35 - Análise no domínio do tempo com relação aos (a) deslocamentos e (b) acelerações para a estrutura de dois pavimentos sem amortecedor e com dois amortecedores em paralelo no topo da estrutura – AMSM dispostos horizontalmente. .... | 73 |
| Figura 36 - Deslocamento absoluto máximo de acordo com o número de pavimentos da estrutura para cada um dos métodos utilizados para o shear building de dois pavimentos submetido à carga harmônica. ....  | 74 |
| Figura 37 - Respostas de (a) deslocamento e (b) aceleração da estrutura em função do tempo no quinto pavimento sem a inserção de amortecedores. ....   | 75 |
| Figura 38 - Deslocamento máximo no topo do edifício de cinco pavimentos, com um amortecedor no topo, em função da relação de massas $\mu$ . ....   | 75 |
| Figura 39 - Análise no domínio do tempo com relação aos (a) deslocamentos e (b) acelerações para a estrutura de cinco pavimentos sem amortecedor e com um amortecedor no topo da estrutura. ....   | 77 |
| Figura 40 - Deslocamento máximo normalizado de acordo com o número de pavimentos da estrutura para cada um dos métodos utilizados para o shear building de cinco pavimentos submetido à carga harmônica. ....                                    | 77 |
| Figura 41 - Respostas de (a) deslocamento e (b) aceleração da estrutura em função do tempo no décimo pavimento sem a inserção de amortecedores. ....   | 78 |
| Figura 42 - Deslocamento máximo no topo do edifício de dez pavimentos, com um amortecedor no topo, em função da relação de massas $\mu$ . ....   | 79 |
| Figura 43 - Análise no domínio do tempo com relação aos (a) deslocamentos e (b) acelerações para a estrutura de dez pavimentos sem amortecedor e com um amortecedor em cada pavimento da estrutura. ....   | 80 |
| Figura 44 - Deslocamento absoluto máximo de acordo com o número de pavimentos da estrutura para cada um dos métodos utilizados para o shear building de dez pavimentos submetido à carga harmônica. ....   | 81 |

## ÍNDICE DE TABELAS

|   |    |
|---|----|
| Tabela 1 - Propriedades físicas e geométricas dos pórticos. ....  | 46 |
| Tabela 2 - Características de massa e rigidez por pavimento. ....   | 48 |
| Tabela 3 - Valores dos coeficientes das equações ótimas. ....   | 54 |
| Tabela 4 - Deslocamento, velocidade e aceleração máximos para a estrutura shear building com dois pavimentos e sem inserção de amortecedores. ....  | 58 |
| Tabela 5 - Parâmetros do AMS obtidos por Villaverde. ....   | 60 |
| Tabela 6 - Deslocamento, velocidade e aceleração no topo para a estrutura shear building com dois pavimentos e com a inserção de um amortecedor no topo da estrutura. ....  | 60 |
| Tabela 7 - Deslocamento, velocidade e aceleração no topo para a estrutura shear building com dois pavimentos e com a inserção de MAMS dispostos verticalmente e horizontalmente com a utilização dos parâmetros de Villaverde. .... | 61 |
| Tabela 8 - Parâmetros do MAMS obtidos através de Jangid. ....   | 61 |
| Tabela 9 - Deslocamento, velocidade e aceleração no topo para a estrutura shear building com dois pavimentos e com a inserção de MAMS dispostos verticalmente e horizontalmente com a utilização dos parâmetros de Jangid. ....     | 61 |
| Tabela 10 - Percentual de redução de deslocamento, velocidade e aceleração com AMS dispostos verticalmente e horizontalmente, com e sem a utilização do critério de Jangid. ....  | 62 |
| Tabela 11 - Resumo dos resultados do deslocamento, velocidade e aceleração no topo para a estrutura shear building com dois pavimentos submetidos à excitação sísmica. ....   | 62 |
| Tabela 12 - Deslocamento, velocidade e aceleração máximos para a estrutura shear building com cinco pavimentos e sem inserção de amortecedores. ....  | 64 |
| Tabela 13 - Parâmetros do AMS obtidos por Villaverde e Jangid. ....   | 65 |
| Tabela 14 - Resumo dos resultados do deslocamento, velocidade e aceleração no topo para a estrutura shear building com cinco pavimentos. ....   | 66 |
| Tabela 15 - Frequências modais para a estrutura shear building com dez pavimentos. ....   | 67 |
| Tabela 16 - Deslocamento, velocidade e aceleração máximos para a estrutura shear building com dez pavimentos e sem inserção de amortecedores. ....  | 68 |
| Tabela 17 - Parâmetros do AMS obtidos por Villaverde e Jangid. ....   | 69 |
| Tabela 18 - Resumo dos resultados do deslocamento, velocidade e aceleração no topo para a estrutura shear building com dez pavimentos. ....   | 69 |
| Tabela 19 - Deslocamento, velocidade e aceleração máximos para a estrutura shear building com dois pavimentos e sem inserção de amortecedores. ....   | 71 |
| Tabela 20 - Parâmetros do AMS obtidos por Den Hartog e Jangid. ....   | 72 |
| Tabela 21- Resumo dos resultados do deslocamento, velocidade e aceleração no topo para a estrutura shear building com dois pavimentos. ....   | 73 |
| Tabela 22 - Deslocamento, velocidade e aceleração máximos para a estrutura shear building com cinco pavimentos e sem inserção de amortecedores. ....  | 74 |
| Tabela 23 - Parâmetros do AMS obtidos por Den Hartog e Jangid. ....   | 76 |
| Tabela 24 - Resumo dos resultados do deslocamento, velocidade e aceleração no topo para a estrutura shear building com cinco pavimentos. ....   | 76 |
| Tabela 25 - Frequências modais para a estrutura shear building com dez pavimentos. ....   | 78 |
| Tabela 26 - Deslocamento, velocidade e aceleração máximos para a estrutura shear building com dez pavimentos e sem inserção de amortecedores. ....  | 78 |
| Tabela 27 - Parâmetros do AMS obtidos por Den Hartog e Jangid. ....   | 79 |

|   |    |
|---|----|
| Tabela 28 - Resumo dos resultados do deslocamento, velocidade e aceleração no topo para a estrutura shear building com dez pavimentos. .... | 80 |
| Tabela 29 - Resumo dos resultados mais eficientes dentre os estudos de caso considerados para as diversas configurações da estrutura.....   | 81 |

## ÍNDICE DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÃO

TMD – *Tuned Mass Dampers*

MAMS – Múltiplos Amortecedores de Massa Sintonizados

AMS – Amortecedor de Massa Sintonizado

MATLAB – *MATrix LABoratory*

SDOF – *Single Degree of Freedom*

MDOF – *Multiple Degrees of Freedom*

$f_a$  – Força de amortecimento viscoso

$c$  – Constante de amortecimento viscoso

$v$  – Velocidade de deslocamento

$k$  – Rigidez da mola

$p(t)$  – Carga aplicada variável no tempo

$f_I(t)$  – Força inercial

$f_D(t)$  – Força de amortecimento

$f_S(t)$  – Força elástica

$u(t)$  – Deslocamento

$m$  – Massa do sistema

$\ddot{u}(t)$  – Aceleração do sistema ou segunda derivada da função deslocamento

$\dot{u}(t)$  – Velocidade do sistema ou primeira derivada da função deslocamento

$\xi$  – Razão de amortecimento

$\omega_n$  – Frequência natural não amortecida, em rad/s.

$\omega_a$  – Frequência natural amortecida, em rad/s.

$c_{critico}$  – Coeficiente de amortecimento crítico

$u_h(t)$  – Solução homogênea de uma equação diferencial ordinária.

$u_p(t)$  – Solução particular de uma equação diferencial ordinária.

$\bar{\omega}$  – Frequência proveniente da excitação, em rad/s.

$r$  – Taxa de frequência de excitação para a frequência natural de vibração

$\rho$  – Amplitude da resposta permanente

$D_s$  – Fator de Amplificação dinâmica

$P_{eq}$  – Força equivalente ao carregamento sísmico

$\ddot{u}_q$  – Aceleração do sismo

$[M]$  – Matriz de Massa da Estrutura

$[C]$  – Matriz de Amortecimento da Estrutura

$[K]$  – Matriz de Rigidez da Estrutura

$\ddot{U}(t)$  – Vetor Aceleração

$\dot{U}(t)$  – Vetor Velocidade

$U(t)$  – Vetor Deslocamento

$P(t)$  – Vetor correspondente à força externa

$\varphi$  – Vetor da Amplitude dos deslocamentos

$a_i$  – Amplitude do deslocamento do  $i$ -ésimo pavimento

$u_0$  - Deslocamento inicial do elemento

$v_0$  - Velocidade inicial do elemento

$[\phi]$  – Matriz Modal da Estrutura

$t$  – Instante de tempo

$\Delta t$  - Passo de tempo

$b_0, b_1, b_2, b_5, b_6$  e  $b_7$  – Constantes do Método de Newmark

$\alpha$  e  $\beta$  – Parâmetros do método de Newmark

$[\bar{M}]$  – Matriz de Massa do Amortecedor Sintonizado

$[\bar{C}]$  – Matriz de Amortecimento do Amortecedor Sintonizado

$[\bar{K}]$  - Matriz de Rigidez do Amortecedor Sintonizado

$\Gamma$  – Termo que representa a equação de movimento do amortecedor.

$[\hat{M}]$  – Matriz de Massa do conjunto Estrutura + AMS

$[\hat{K}]$  – Matriz de Rigidez do conjunto Estrutura + AMS

$[\hat{C}]$  – Matriz de Amortecimento do conjunto Estrutura + AMS

$m_i$  – Massa do i-ésimo grau de liberdade da estrutura.

$m_{AMS_i}$  – Massa do i-ésimo grau de liberdade do AMS.

$c_i$  – Coeficiente de amortecimento do i-ésimo grau de liberdade da estrutura.

$c_{AMS_i}$  – Coeficiente de amortecimento do i-ésimo grau de liberdade do AMS.

$k_i$  – Rigidez do i-ésimo grau de liberdade da estrutura.

$k_{AMS_i}$  – Rigidez do i-ésimo grau de liberdade do AMS

$q$  – Relação entre as frequências angulares do amortecedor e do sistema principal

$\omega_{11}$  – Frequência angular da estrutura

$\omega_{22}$ - Frequência angular do AMS

$m_{pavimento}$ - Massa referente a todo o pavimento

$m_{pilares}$  – Massa referente aos pilares do pavimento

$m_{vigas}$  – Massa referente as vigas do pavimento

$m_{lajes}$ - Massa referente as lajes do pavimento

$q_{ótimo}$  – Relação ótima da frequência do AMS com a estrutura

$\xi_{AMS,ótimo}$ - Razão de Amortecimento ótimo do AMS

$b_p$  – Base do Pilar

$h_p$  – Altura do Pilar

$A_{pilar}$  – Área transversal do pilar

$I_{pilar}$  – Momento de Inércia do Pilar

$b_v$  – Base da viga

$h_v$  – Altura da viga

$A_{viga}$  – Área transversal da viga

$I_{viga}$  – Momento de Inércia da Viga

$E$  – Módulo de Elasticidade Longitudinal

$\rho_{esp}$  – Massa específica do material

$d$  – Dimensão dos vãos

$H$  – Pé direito da Estrutura

$a_0$  e  $a_1$  – Coeficientes de Amortecimento de Rayleigh

$\mu$  – Razão de massas da estrutura e do amortecedor

$n$  – Número de amortecedores na estrutura

$f_i$  – Frequência natural da estrutura em *Hertz* correspondente ao modo de vibração  $i$

$\bar{f}$  – Frequência da Excitação em *Hertz*

## SUMÁRIO

|  |    |
|--|----|
| <b>1. INTRODUÇÃO</b> .....   | 19 |
| <b>2. OBJETIVOS</b> .....  | 22 |
| <b>3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....  | 23 |
| 3.1 ANÁLISE DE SISTEMAS DINÂMICOS .....  | 23 |
| 3.2 CONTROLE ESTRUTURAL .....  | 37 |
| <b>4. METODOLOGIA</b> .....  | 43 |
| 4.1 DESCRIÇÃO DO MODELO ESTRUTURAL .....   | 45 |
| 4.2 SIMPLIFICAÇÃO <i>SHEAR BUILDING</i> .....  | 46 |
| 4.3 CENÁRIOS DE CARREGAMENTO .....   | 49 |
| 4.4 OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS DOS AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADOS .....  | 51 |
| 4.5 FERRAMENTA COMPUTACIONAL UTILIZADA PARA A ANÁLISE DINÂMICA E VALIDAÇÃO DA ROTINA COMPUTACIONAL UTILIZADA ..... | 56 |
| <b>5. RESULTADOS</b> .....   | 56 |
| <b>6. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....   | 82 |
| <b>7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....   | 84 |

## 1. INTRODUÇÃO

O crescente processo de urbanização e desenvolvimento das cidades vem gerando, cada vez mais, uma tendência de verticalização nas grandes metrópoles e até mesmo nas pequenas cidades. Aliado a esse fato, a utilização de novos materiais de construção que, usualmente, possuem menor densidade que os convencionais; desenvolvimento de novas técnicas construtivas; aplicação de métodos de análises estruturais mais eficientes; exigências arquitetônicas cada vez mais arrojadas que prima por grandes alturas e vão livres, significativos balanços e redução dos painéis externos e internos de alvenaria que conduz à execução de peças de menor seção transversal, têm tornado as estruturas cada vez mais leves, esbeltas e flexíveis (ALVES, 2015; KRONBAUER, 2013; MIRANDA, 2018; NÓBREGA, 2004).

Em todas as estruturas, há a atuação de ações que provocam respostas estáticas ou dinâmicas. Porém, em projetos estruturais da maioria das edificações, as cargas primárias a serem consideradas são aquelas decorrentes dos efeitos da gravidade. Essas cargas possuem, normalmente, variação lenta com o tempo se comparados aos tempos característicos da estrutura e, devido a isso, a idealização estática torna-se bastante adequada. Além de que as magnitudes podem ser determinadas com base no seu peso próprio e nos requisitos de ocupação (SOONG; DARGUSH, 1997).

No entanto, é de extrema importância que também seja realizada a análise dinâmica, visto que elas estão presentes em todos os lugares e podem afetar diretamente as estruturas ao seu redor. Os carregamentos dinâmicos – como a ação do vento, abalos sísmicos, tráfego de veículos, explosões e maquinários – têm potencial de dano muito maior se, porventura, não forem devidamente considerados. Além disso, sua magnitude é mais difícil de se prever, visto que as escalas temporais e espaciais desses fenômenos são muito menores (HECK, 2018; SOONG; DARGUSH, 1997).

Estruturas esbeltas e flexíveis estão sujeitas a maiores deslocamentos e são cada vez mais sensíveis às ações externas. Ou seja, há um aumento da vulnerabilidade das edificações quanto às vibrações que, dependendo da intensidade, podem causar desconfortos, afetar a segurança da edificação e comprometer o funcionamento dos equipamentos (ALVES, 2015 *apud* AVILA, 1997; DI MATTEO; PIRROTTA; TUMMINELLI, 2017). Dessa forma, no contexto global da atualidade, os efeitos dinâmicos têm se mostrado mais evidentes e,

consequentemente, vem despertando maior interesse aliado ao fato da tecnologia computacional permitir que sejam realizados estudos mais precisos.

Diante dessa realidade, devido à crescente preocupação com os efeitos das ações dinâmicas, tanto com relação a integridade física das edificações quanto com a segurança de seus ocupantes, tem sido estudada maneiras de evitar ou pelo menos amenizar os seus danos (PARI, 2014). Nesse contexto, o controle estrutural surge como uma das técnicas mais empregadas na atualidade e consiste, basicamente, na alteração das propriedades de rigidez, massa e amortecimento da estrutura por meio da instalação de dispositivos externos ou pela aplicação de forças externas podendo ser classificado em passivo, ativo, semi-ativo e híbrido (LIMA, 2007 *apud* SOONG & DARGUSH, 1997).

De acordo com Carneiro (2009), sistemas de controle ativo são compostos por dispositivos que aplicam força à estrutura e, portanto, dependem de suprimento externo de energia. Em contrapartida, o controle passivo caracteriza-se por ser independente de fontes externas de energia. E, a combinação dos dois sistemas caracterizam o controle híbrido e o semi-ativo.

O controle passivo consiste em um ou mais dispositivos que incorporados à estrutura, absorvem ou consomem uma parte da energia transmitida pelo carregamento dinâmico, reduzindo a dissipação dessa energia nos elementos da estrutura, evitando ou minimizando, assim, possíveis danos (CARNEIRO, 2009 *apud* SOONG; DARGUSH, 1997). O *Tuned Mass Damper* (TMD), também conhecido como amortecedor de massa sintonizado (AMS), é um dos tipos de sistema de controle passivo mais difundidos ao redor do mundo para o controle de vibrações ocasionados por diversas ações externas e consiste em um ou vários sistemas massa-mola-amortecedor encarregados de atenuar as vibrações de um sistema estrutural, mediante a sintonização do amortecedor ao redor da frequência do sistema principal (OSPINA, 2008; PENA, 2017).

De acordo com Chung *et al.* (2013), os sistemas passivos são os mais utilizados apesar de apresentarem sensibilidade à variações na frequência de sintonização, visto que a utilização de sistemas ativos são restritos e podem acarretar problemas de instabilidade quando a estrutura a que estão conectados se comporta em regime não linear. Por isso, os estudos têm se direcionado para o desenvolvimento e aperfeiçoamento de sistemas passivos para que os dispositivos sejam capazes de minimizar as vibrações de forma mais eficiente.

À nível mundial, as torres do *World Trade Center* (1973), em Nova York, e a *John Hancock Tower* (1976) estavam entre as primeiras aplicações práticas do *Tuned Mass Damper* (CARLISLE, 2013). Além disso, outro caso bastante conhecido é o da passarela *Millennium Footbridge*, localizada em Londres, que apresentou fortes vibrações laterais dias depois de sua abertura e, para controlar o problema das vibrações, desenvolveu-se um sistema de amortecedores passivos (CARMONA, 2016).

No Brasil, pode-se citar o caso do Estádio Morumbi, em São Paulo, em que depois de um estudo motivado pelos grandes deslocamentos que apresentavam as arquibancadas durante as partidas de futebol, como solução foram adicionados múltiplos amortecedores de massa sintonizados (MAMS) ajustados nas três primeiras frequências naturais do estádio e pôde-se verificar importantes reduções nas amplitudes das vibrações (CARMONA, 2016). Outro caso, ocorreu na ponte Rio-Niterói cujos MAMS foram introduzidos com o objetivo de reduzir a vibração na estrutura ocasionada pela passagem do vento.

Tsai (1995) investigou a influência da frequência de excitação e a escolha dos parâmetros adequados dos amortecedores de massa sintonizados na resposta de uma estrutura isolada de base de cinco andares submetidas à ação de vários registros reais de terremotos.

Rana e Soong (1998) apresentaram um procedimento simplificado para o projeto de um TMD, aprimorando o entendimento do seu comportamento através de um estudo paramétrico e, além disso, realizou-se um estudo para investigar a possibilidade de controlar vários modos de vibração usando amortecedores de massa multi-ajustados.

Kronbauer (2013) objetivou, em seu trabalho, a determinação das respostas dinâmicas em termos de deslocamento, velocidade e aceleração, por meio de uma rotina computacional desenvolvida, de uma estrutura discretizada em nove graus de liberdade submetida a eventos sísmicos sem o controle de vibrações instalado e após, com a instalação de supressor de vibrações do tipo AMS.

Heck (2018) realizou um estudo numérico com o objetivo de obter os deslocamentos mínimos, utilizando amortecedores de massa sintonizados, no topo de dois edifícios distintos sob três tipos diferentes de excitações sísmicas. Para isso, otimizou os parâmetros do amortecedor com o objetivo de obter sua melhor eficiência, quando mantida a massa constante e, além disso, determinou a posição ideal de instalação para um único amortecedor.

Dessa forma pode-se perceber a versatilidade dos amortecedores de massa sintonizados, visto que é possível utilizar um único amortecedor ou vários (MAMS), além da possibilidade de variar a sua posição ao longo da estrutura e, em conjunto, os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento de cada dispositivo são determinantes para sua eficiência.

Portanto, torna-se imprescindível a obtenção, a partir do modelo computacional, dos parâmetros dinâmicos – como as frequências naturais de vibração e as formas modais – e das respostas dinâmicas – como os deslocamentos, velocidades e acelerações – para que se tenha condições de realizar uma análise da estrutura e, conseqüentemente, da viabilidade e eficiência da inserção de sistemas de controle através da avaliação dos seus parâmetros de acordo com à excitação a qual a edificação está submetida.

## **2. OBJETIVOS**

Este trabalho tem por objetivo geral avaliar a eficiência de sistemas de controle passivos, compostos por Amortecedores de Massa Sintonizados (AMS), na redução da resposta dinâmica de uma estrutura plana aperturada de concreto armado, modelada computacionalmente.

Como objetivos específicos podem-se destacar:

- Obtenção das respostas dinâmicas, no domínio do tempo, através de uma rotina computacional no *software* comercial MATLAB;
- Determinação dos parâmetros da estrutura e do amortecedor de acordo com os métodos presentes na literatura;
- Explicar, baseado nas referências bibliográficas, de que forma se dá a inserção das características do amortecedor na estrutura em estudo;
- Analisar a eficiência do sistema de controle para dois tipos de carregamentos distintos que são, nesse caso, a excitação sísmica e a harmônica;
- Verificar de que forma se comporta o sistema de controle com relação ao número de pavimentos da estrutura;
- Utilizar diferentes configurações do sistema de controle com relação à quantidade, localização e disposição nos pavimentos a fim de verificar a melhor solução dentre os casos estudados;

### 3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 3.1 ANÁLISE DE SISTEMAS DINÂMICOS

O estudo das vibrações em estruturas tem se tornado cada vez mais necessário e importante para o conhecimento do comportamento das edificações nas diversas condições de funcionamento. Essas condições podem ser agrupadas em dois domínios distintos, que são: primeiro, em relação à integridade estrutural a qual está ligada com o Estado Limite Último de resistência das estruturas, ou seja, a ocorrência de danos estruturais significativos podendo levar a estrutura ao colapso, e segundo, com o nível de conforto proporcionado aos seus utilizadores que se relaciona com o Estado Limite de Utilização, ou seja, refere-se a satisfação de limites impostos para vibrações excessivas de forma que seja garantida o bom funcionamento da estrutura em serviço (TORRES, 2010)

A análise dinâmica de uma estrutura caracteriza-se pelas cargas, reações, esforços internos, tensões, deslocamentos e deformações que variam com o tempo, com velocidades não desprezíveis; além das cargas aplicadas, reações e os esforços internos também participam do equilíbrio as forças de inércia e as forças que dissipam energia e os seus resultados não levam, via de regra, a um resultado único, mas compõem um histórico de respostas (SILVA, 2015)

Dessa forma, para que qualquer estudo dinâmico seja efetuado é necessário conhecer as características da estrutura, uma vez que, todos os parâmetros dinâmicos dependem de suas propriedades físicas tais como a massa, a rigidez e o amortecimento natural. Os parâmetros dinâmicos em questão referem-se às frequências naturais e os correspondentes modos de vibração, e também aos respectivos coeficientes de amortecimento (CHAVES, 2010). Essas características fazem parte da análise modal, que é essencial para o estudo dinâmico, sendo possível através desta a realização de análises mais detalhadas como a transiente.

A análise transiente é responsável por determinar a resposta dinâmica de uma estrutura sob a ação de qualquer carregamento dependente do tempo, em geral sendo possível a determinação de deslocamentos, deformações, tensões e forças na estrutura ao longo do tempo em que ocorre o carregamento, como resposta a qualquer combinação de cargas estáticas, transientes e harmônicas (LIMA, 2007). Além da análise dinâmica no domínio do tempo, é possível fazer uma análise no domínio da frequência. A escolha do método mais adequado vai depender das características físicas do sistema em estudo e da excitação a que ele estiver submetido (SANTOLIN, 2006).

### 3.1.1 Graus de Liberdade

O número de graus de liberdade do sistema pode ser definido como o número de deslocamentos independentes necessários para definir as posições das massas em relação à sua posição inicial em uma análise dinâmica (OLIVEIRA, 2016 *apud* CHOPRA, 1995). Ou ainda, como o número de deslocamentos a serem considerados para representar os efeitos das forças de inércia significativas na estrutura (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

As estruturas reais possuem infinitos graus de liberdade e suas análises são, geralmente, substituídas por sistemas com um número finito, através do conceito de elementos finitos e da formulação matricial da estrutura (ROSSI, 2013).

O número de graus de liberdade (componentes de deslocamento) a ser considerados é deixado a critério do projetista; números maiores fornecem melhores aproximações do verdadeiro comportamento dinâmico mas, em muitos casos, excelentes resultados podem ser obtidos com um número reduzido de graus de liberdade (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

De acordo com a literatura, o tratamento de problemas dinâmicos pode ser abordado através de sistemas de um grau de liberdade, denominados de SDOF (*Single Degree of Freedom*), ou através de sistemas múltiplos com múltiplos graus de liberdade, denominados MDOF (*Multiple Degrees of Freedom*). O estudo baseado em apenas um grau de liberdade mostra-se importante pelo fato de o comportamento dinâmico de muitas estruturas poder ser expresso em termos de uma única coordenada e, além disso, as soluções de sistemas SDOF podem ser estendidas a sistemas MDOF através da simples substituição de grandezas escalares por matrizes (ROSSI, 2013).

### 3.1.2 Amortecimento

Toda e qualquer estrutura possui um amortecimento inerente, proveniente de suas características físicas e geométricas, principalmente. No entanto, segundo Oliveira (2016), as causas dessa capacidade de dissipação de energia são complexas e variadas, podendo ser causas internas à estrutura – como a histerese do material e fricção entre as superfícies de contato de elementos da estrutura – ou externos à ela – como aqueles provenientes da existência de elementos não estruturais (paredes, divisórias, forros, entre outros).

Os sistemas podem ser classificados como amortecidos ou não. A consideração de amortecimento inclui a presença de forças dissipativas fazendo com que a amplitude de vibração se reduza com o tempo. Por outro lado, sistemas não amortecidos caracterizam-se pela ausência dessas forças sendo tratados, portanto, como sistemas conservativos em que a vibração

perdura indefinidamente. Esses tipos de sistemas são considerados ideais e impossíveis de acontecer na realidade (FREITAS, 2014).

O amortecimento de uma estrutura pode ser crítico, subcrítico e supercrítico. O amortecimento crítico ocorre quando a razão de amortecimento crítico é tal que, ao se deslocar, a estrutura retorna para a sua posição inicial sem oscilar em torno desta. Taxas de amortecimento inferiores e superiores a esta caracterizam o amortecimento subcrítico e supercrítico, respectivamente. Em geral, estruturas da Engenharia Civil possuem razão de amortecimento crítico muito baixas, recaindo no caso subcrítico (CHÁVEZ, 2006).

De forma mais específica, o amortecimento de um sistema ou material pode ser classificado de três formas: interno, estrutural e fluídico. O interno associa-se aos defeitos na microestrutura, granularidade e impurezas do material e a efeitos termoelásticos causados por gradientes locais de temperatura. O estrutural está associado a perdas de energia por atrito em juntas, parafusos e articulações semi-rígidas. O fluídico ocorre por resistência ao arraste em meio fluido. O amortecimento determina a amplitude de vibração na ressonância e o tempo de persistência da vibração depois de cessada a excitação, sendo sua consideração é de fundamental importância (SANTOLIN, 2006; SIANTURI, 2019).

Dessa forma, por se tratar de uma propriedade com grande incerteza na sua determinação, existem modelos de amortecimento mais comuns de serem usados na análise dinâmica das estruturas – como o amortecimento viscoso - de forma a conduzir a equações de solução simplificada. Ao se adotar o modelo de amortecimento viscoso, a parcela de amortecimento da estrutura é representada por uma força de amortecimento viscoso  $f_a$  que é proporcional à velocidade do deslocamento, como pode ser visto na Equação 1.

$$f_a = c v \quad \text{(Equação 1)}$$

em que,  $c$  é a constante de amortecimento e  $v$  é a velocidade de deslocamento.

### 3.1.3 Ações Atuantes

Conforme dito anteriormente, a grande maioria de sistemas estruturais está sujeita à atuação de carregamento dinâmico durante a sua vida útil. Analiticamente, tais cargas podem ser classificadas como determinísticas ou probabilísticas. Caso a variação do tempo do carregamento seja completamente conhecida, trata-se de uma ação determinística que pode ser

periódica ou não periódica, conforme exemplificado pelas Figuras 1 e 2 respectivamente. E, denominam-se probabilísticas as ações em que suas variações no tempo não são totalmente conhecidas e cuja resolução se dá por análises estatísticas (OLIVEIRA, 2016).

O carregamento periódico, caracteriza-se por apresentar a mesma variação de tempo sucessivamente por muitos ciclos e, de acordo com a análise de Fourier, qualquer carga periódica pode ser, em geral, representada como a soma de uma série de componentes harmônicos simples. Por outro lado, as cargas não periódicas – como as cargas impulsivas de curta ou longa duração ou formas gerais de cargas de longa duração – não possuem um procedimento de resolução específico podendo, dessa forma, utilizar formas simplificadas de análise ou procedimentos completamente gerais a depender da sua duração (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

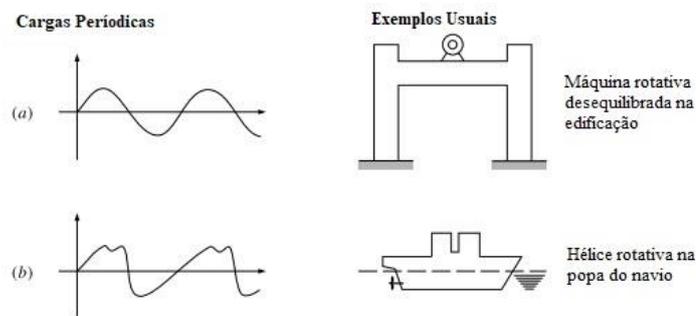


Figura 1 - Exemplo de formas de carregamentos determinísticos periódicos mais usuais.

Fonte: Clough e Penzien (2003) - Adaptado

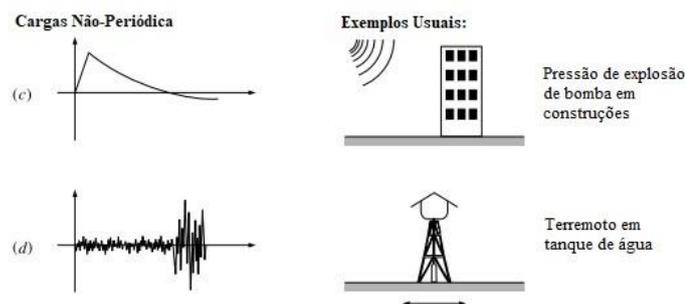


Figura 2 - Exemplo de formas de carregamentos determinísticos não-periódicos mais usuais.

Fonte: Clough e Penzien (2003) - Adaptado

As cargas dinâmicas produzem efeitos de inércia que podem trazer amplificações dinâmicas importantes e difíceis de prever (SOONG; DARGUSH, 1997). Uma grande problemática consiste no fato de quando a frequência de excitação causada pelo carregamento coincide com uma das frequências naturais da estrutura causando o fenômeno da ressonância

A ressonância é uma propriedade global do sistema e independe do ponto onde a excitação está sendo imposta (NÓBREGA, 2004).

### 3.1.4 Sistemas com um grau de liberdade

O sistema de um grau de liberdade define-se como aquele que pode vibrar em apenas uma direção, ou seja, apenas uma coordenada independente é necessária para especificar a localização geométrica das massas do sistema no espaço. Para determinar o comportamento desse sistema é necessário obter a sua equação de movimento através da utilização do princípio fundamental da dinâmica e do princípio de D'Alembert.

Nesse modelo considera-se, portanto, que as propriedades físicas essenciais de qualquer sistema estrutural linearmente elástico submetido a uma fonte externa de excitação ou carga dinâmica – como a sua massa, suas propriedades elásticas (rigidez) e amortecimento – estão concentradas em um único elemento físico.

A representação e solução de sistemas com um grau de liberdade é o primeiro passo para se compreender sistemas com múltiplos graus de liberdade. A Figura 3 representa o caso descrito através de um SDOF, ou seja, o sistema massa-mola-amortecedor em que a massa do sistema é representada pelo bloco rígido restringido para que ele possa se mover em apenas uma direção, de forma que a coordenada  $u(t)$  define completamente a sua posição. A resistência elástica é fornecida pela mola com rigidez  $k$  enquanto o mecanismo de dissipação é representado pelo amortecedor  $c$ . A carga externa atuante é a força variável no tempo  $p(t)$ .

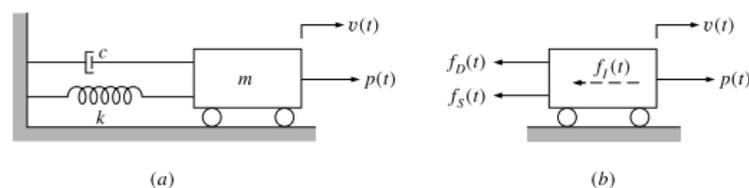


Figura 3 – Idealização do SDOF: (a) componentes básicos (b) forças em equilíbrio.

Fonte: Clough e Penzien (2003)

Para o sistema proposto, em que as forças atuantes na direção do grau de liberdade são a carga aplicada  $p(t)$  e as três forças resistentes resultantes do movimento, que são a força inercial ( $f_I(t)$ ), a força de amortecimento ( $f_D(t)$ ) e a força elástica ( $f_S(t)$ ). Dessa forma, o equilíbrio dinâmico de forças fornece a seguinte equação diferencial do movimento (Equação 2):

$$f_I(t) + f_D(t) + f_S(t) = p(t) \quad (\text{Equação 2})$$

As forças presentes do lado esquerdo podem ser representadas como uma função do deslocamento  $u(t)$  ou de uma de suas derivadas temporais. Baseado no princípio de D'Alembert, a força inercial é o produto da massa  $m$  pela aceleração  $\ddot{u}(t)$  que é representada pela segunda derivada da função do deslocamento:

$$f_I(t) = m \ddot{u}(t) \quad (\text{Equação 3})$$

E, conforme dito, adotando um mecanismo de amortecimento viscoso a força de amortecimento é representada pela Equação 1 que, em função do deslocamento, pode ser escrita da seguinte forma:

$$f_D(t) = c \dot{u}(t) \quad (\text{Equação 4})$$

Em que,  $c$  é o coeficiente de amortecimento e  $\dot{u}(t)$  é a primeira derivada da função deslocamento, ou seja, a velocidade.

Por fim, a força elástica é o produto da rigidez da mola  $k$  pelo deslocamento  $u(t)$  conforme a Equação 5:

$$f_S(t) = k u(t) \quad (\text{Equação 5})$$

Com isso, a Equação 2 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$m \ddot{u}(t) + c \dot{u}(t) + k u(t) = p(t) \quad (\text{Equação 6})$$

De acordo com Mendes (2012), a formulação da Equação 6 pode ser obtida a partir de outras teorias como, por exemplo, o princípio do trabalho virtual, o princípio de Hamilton e as equações de movimento de Lagrange. Tais metodologias podem ser encontradas explicitadas na bibliografia de Clough e Penzien (2003).

Dessa forma, a Equação 6 servirá de base para a montagem do problema dinâmico de toda a estrutura e para a resolução da mesma deve ser aplicado algum método de integração conhecido tais como o procedimento de Euler-Gauss, o Método da Aceleração Linear, os Métodos de Newmark, entre outros. Existem diversas maneiras de se analisar a equação do movimento de uma estrutura – como considerando ou não o amortecimento, variando o tipo de força externa atuante – mas, no presente estudo, será descrito apenas aqueles utilizados no trabalho.

#### 3.1.4.1 Sistema de um grau de liberdade em vibração livre com amortecimento

Diz-se que uma estrutura está em vibração livre quando é perturbada por sua posição de equilíbrio estático e passa a vibrar sem a ação de forças externas (CHOPRA, 1997). Através da

resposta obtida pelo sistema em movimento livre, é possível obter as frequências, modos de vibração e os coeficientes de amortecimento. Nesse caso, admite-se que não há forças externas aplicadas ( $p(t) = 0$ ) e deve-se encontrar a solução da equação diferencial homogênea:

$$m \ddot{u}(t) + c \dot{u}(t) + k u(t) = 0 \quad (\text{Equação 7})$$

De acordo com os conceitos de Séries e Equações Diferenciais Ordinárias, a resposta de vibração livre da Equação 7 pode ser obtida admitindo que funções exponenciais do tipo  $e^{\lambda t}$  são solução da equação em análise. Ou seja, substituindo  $u(t) = e^{\lambda t}$ ,  $\dot{u}(t) = \lambda e^{\lambda t}$  na Equação 7, tem-se:

$$(m \lambda^2 + c \lambda + k) u(t) = 0 \quad (\text{Equação 8})$$

Dessa forma, a Equação 8 conduz à resolução da equação algébrica do 2º grau com raízes igual a  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ :

$$\lambda_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4 m k}}{2 m} \quad (\text{Equação 9})$$

Para a Equação 9 há três casos, matematicamente, distintos caso o termo  $c^2 - 4 m k$  seja positivo, nulo ou negativo que indica, respectivamente, condição supercrítica, crítica ou subcrítica representados pela Figura 4. Na Engenharia Civil, conforme dito, o caso subcrítico é o único em que se interessa a análise uma vez que, nesse caso, ocorrerá movimento oscilatório.

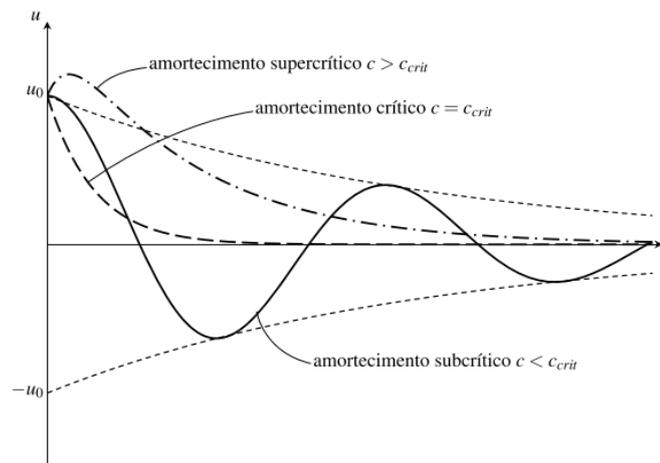


Figura 4 - Respostas para o amortecimento supercrítico, crítico e subcrítico.

Fonte: Oliveira (2016)

Dessa forma, o termo  $c^2 - 4 m k$  é negativo, e a solução para  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  explicitadas na Equação 9, de acordo com a consideração da Equação de Euler:

$$e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x) \quad (\text{Equação 10})$$

E, a solução para o sistema em vibração livre com amortecimento subcrítico é:

$$u(t) = e^{-\xi\omega_n t} [a_1 \cos(\omega_a t) + a_2 \sin(\omega_a t)] \quad (\text{Equação 11})$$

As constantes  $a_1$  e  $a_2$  são dependentes das condições iniciais, ou seja,  $a_1 = u_0$  e  $a_2 = \frac{u_0 \xi \omega_n + v_0}{\omega_a}$ . O termo  $\xi = \frac{c}{c_{\text{critico}}}$  é a razão de amortecimento em que  $c_{\text{critico}} = 2m\omega_n$ ,  $\omega_a = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$  é a frequência natural amortecida e  $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$  a frequência natural não amortecida.

Portanto, a Equação 11 pode ser reescrita:

$$u(t) = ae^{\xi\omega_n t} \cos(\omega_a t - \phi) \quad (\text{Equação 12})$$

onde,  $a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$  e  $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{a_1}{a_2}\right)$ .

Conclui-se que, através da Equação 12, a forma da resposta do sistema é oscilatória com frequência angular  $\omega_a$  que é ligeiramente diminuída, amplitude que decai exponencialmente e, consequentemente, o período é ligeiramente aumentado. E, pelo fato da maioria das estruturas civis possuírem razão de amortecimento baixos, variando de 0,01 a 0,1 os valores de frequência amortecida são bem próximos às obtidas para o sistema sem amortecimento (OLIVEIRA, 2016).

#### 3.1.4.2 Sistema de um grau de liberdade em vibração forçada com amortecimento

O sistema submetido à vibração forçada é aquele em que ocorre a atuação das forças externas durante o movimento. A solução geral depende do tipo de excitação à que o sistema estará submetido, pois é composta de uma solução homogênea  $u_h(t)$  e uma particular  $u_p(t)$ , em que esta terá a mesma forma funcional que a força atuante sendo responsável por representar o movimento causado pela vibração forçada.

Nesse contexto, a análise do sistema SDOF submetido à excitação harmônica é um tópico indispensável na dinâmica das estruturas, pois é comumente encontrada em sistemas de engenharia e a compreensão da resposta nessa situação auxilia e fornece informações de como o sistema responderá a outros tipos de forças (CHOPRA, 1997). Além disso, a teoria da vibração harmônica forçada tem várias aplicações úteis na engenharia de terremotos, vibrações estas que são bastante convenientes para o estudo em questão.

A força harmônica pode ser representada através de uma função senoidal  $p(t) = p_0 \sin \bar{\omega}t$  ou cossenoidal  $p(t) = p_0 \cos \bar{\omega}t$ , onde  $p_0$  é a amplitude ou valor máximo da força e

$\bar{\omega}$  é sua frequência excitante. A solução para as duas funções é semelhante, mas admitindo que a força atuante seja do tipo senoidal a equação de equilíbrio pode ser representada conforme a Equação 13:

$$m \ddot{u}(t) + c \dot{u}(t) + k u(t) = p_o \sin \bar{\omega} t \quad (\text{Equação 13})$$

A Equação 13 se trata de uma equação diferencial ordinária não homogênea de segunda ordem a qual, conforme dito, é composta por uma solução particular e uma homogênea sendo a Equação 11. Ou seja:

$$u(t) = u_h(t) + u_p(t) \quad (\text{Equação 14})$$

E, a solução particular é representada por:

$$u_p(t) = \frac{p_o}{k} \left[ \frac{1}{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2} \right] [(1-r^2) \sin(\bar{\omega} t) - 2\xi r \cos(\bar{\omega} t)] \quad (\text{Equação 15})$$

em que  $r = \frac{\bar{\omega}}{\omega_n}$  é a taxa de frequência de excitação para a frequência natural de vibração.

A solução homogênea da equação representa a resposta transitória à carga aplicada e como se amortece rapidamente é de pouco interesse para o estudo em questão. O segundo termo da equação, a solução particular, representa a resposta permanente, com a frequência da carga aplicada, mas fora de fase com ela. A amplitude da resposta permanente, presente na Equação 16, é:

$$\rho = \left[ \frac{u_0}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \right] \quad (\text{Equação 16})$$

em que  $u_0 = \frac{p_o}{k}$  que é denominado de deslocamento estático.

A razão entre a amplitude da resposta permanente e o deslocamento estático, produzido pela força  $p_o$ , é chamado de fator de amplificação dinâmica  $D_s$ . O gráfico representado na Figura 5 relaciona esse fator com a relação entre frequências  $r$ .

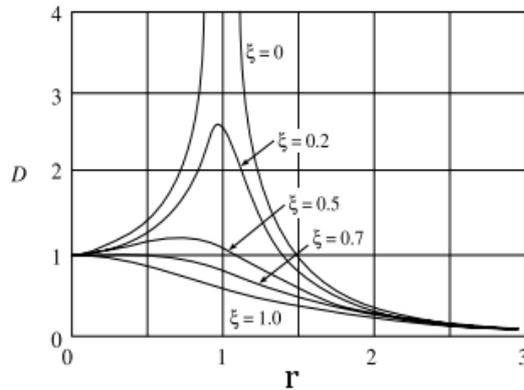


Figura 5 - Fator de Amplificação em função da relação entre frequências.

Fonte: Lima (2013) *apud* Clough e Penzien (1995) - Adaptado

A partir da Figura 5, pode-se entender, matematicamente, a ressonância que é um dos efeitos principais, se não o principal, a ser evitado no âmbito da análise dinâmica e no controle de uma estrutura. Essa situação ocorre quando a frequência da excitação  $\bar{\omega}$  é igual à frequência natural da estrutura  $\omega_n$  o que faz com que a transferência de energia da fonte excitadora para o sistema seja a mais eficiente possível gerando, dessa forma, a máxima amplitude de vibração. Isso pode ser notado no gráfico à medida que a relação entre as frequências se aproxima de 1, surgindo, portanto, a tendência do fator de amplificação dinâmica aumentar exponencialmente (CHOPRA, 1997; CLOUGH; PENZIEN, 2003; LIMA, 2013). Portanto, é de grande importância a determinação correta da frequência própria da estrutura bem como conhecer, o melhor possível, o conteúdo de frequência das ações dinâmicas que a atuam.

Além disso, pode-se perceber que a razão de amortecimento  $\xi$  é inversamente proporcional ao fator de amplificação dinâmico, de maneira que, quando este tende a zero, o fator de amplificação dinâmico tende ao infinito. Esse fato também gera bastante preocupação pois, como já foi dito, as estruturas civis possuem razão de amortecimento baixíssimas, próximos a zero.

Para o caso em que a vibração forçada é causada pela excitação sísmica, a estrutura é perturbada por movimentos na base, ou seja, há uma movimentação da fundação da estrutura e não uma força aplicada a ela diretamente. A natureza desse tipo de excitação é aleatória não sendo possível, dessa forma, definir uma equação matemática que a descreva (FREITAS, 2014; MENDES, 2012). Deve-se calcular, então, uma força equivalente  $P_{eq}$  que o sismo provoca na estrutura através da Segunda Lei de Newton conforme a Equação 17:

$$P_{eq} = m\ddot{u}_q \quad (\text{Equação 17})$$

em que  $m$  é a massa da estrutura e  $\ddot{u}_q$  é a aceleração provocada pela excitação sísmica.

De acordo com Freitas (2014), pode-se assumir um modelo de aceleração senoidal do sismo de acordo com a Equação 18:

$$\ddot{u}_q(t) = -\bar{\omega}^2 a_2 \sin(\bar{\omega}t) \quad (\text{Equação 18})$$

Substituindo a aceleração senoidal na Equação 19, tem-se:

$$P_{eq} = -m\bar{\omega}^2 a_2 \sin(\bar{\omega}t) \quad (\text{Equação 19})$$

Logo, como a força equivalente obtida trata-se de uma função senoidal, então sua resolução torna-se semelhante a que foi realizada para a carga harmônica senoidal.

### 3.1.5 Sistema de múltiplos graus de liberdade

Um sistema com  $N$  graus de liberdade, representado pela Figura 6, é aquele que o comportamento pode ser descrito por  $N$  deslocamentos independentes, ou seja, requer mais de uma coordenada para definir seu estado de configuração. Dessa forma, o tratamento feito para sistemas com um grau de liberdade não pode ser aplicado e, para essa situação, deixa-se de haver apenas uma frequência própria e passa a haver tantas frequências próprias como o número de graus de liberdade. As estruturas em si possuem infinitos graus de liberdade, uma vez que se trata de corpos sólidos contínuos e deformáveis em quase toda a sua extensão. No entanto, o conceito de elementos finitos e a análise matricial de estruturas simplifica as estruturas a um número finito de graus de liberdade (FREITAS, 2014; ROSSI, 2013).

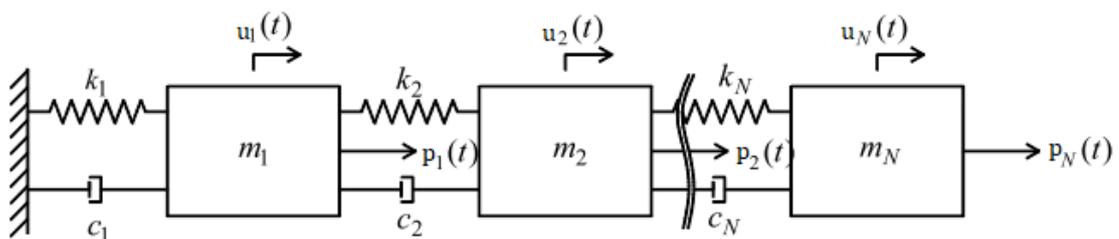


Figura 6 - Sistema mecânico de  $N$  graus de liberdade.

Fonte: Moutinho (2007) - Adaptado

A equação de movimento do sistema da Figura 6 pode ser formulado expressando o equilíbrio das forças efetivas associadas a cada um de seus graus de liberdade. Em geral, para qualquer grau de liberdade, quatro tipos de forças estarão envolvidos e são: a carga aplicada externamente  $p_i(t)$  e as forças resultantes do movimento, ou seja, a inércia  $f_{Ii}$ , o amortecimento  $f_{Di}$  e a elástica  $f_{Si}$ .

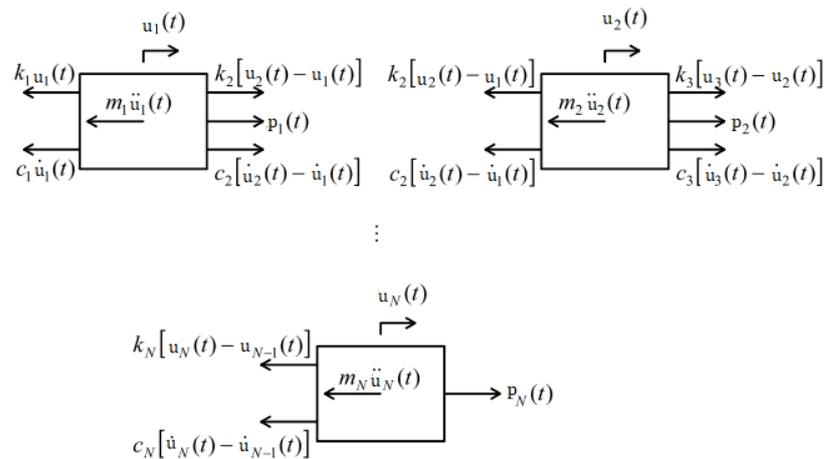


Figura 7 - Diagramas de corpo livre do sistema de N graus de liberdade.

Fonte: Moutinho (2007) - Adaptado

Através da interpretação da Figura 7, com as equações de equilíbrio relativas a cada um dos corpos obtém-se as equações de movimento expressas na Equação 20:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \ddot{u}_1(t) + (c_1 + c_2) \dot{u}_1(t) - c_2 \dot{u}_2(t) + (k_1 + k_2) u_1(t) - k_2 u_2(t) = p_1(t) \\ m_2 \ddot{u}_2(t) + (c_2 + c_3) \dot{u}_2(t) - c_3 \dot{u}_3(t) + (k_2 + k_3) u_2(t) - k_3 u_3(t) = p_2(t) \\ \vdots \\ m_N \ddot{u}_N(t) + c_N \dot{u}_N(t) - c_N \dot{u}_{N-1}(t) + k_N u_N(t) - k_N u_{N-1}(t) = p_N(t) \end{array} \right\} \quad (\text{Equação 20})$$

Esse sistema pode ser escrito em forma matricial,

$$[M] \ddot{\mathbf{U}}(t) + [C] \dot{\mathbf{U}}(t) + [K] \mathbf{U}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (\text{Equação 21})$$

onde  $\ddot{\mathbf{U}}(t)$ ,  $\dot{\mathbf{U}}(t)$ ,  $\mathbf{U}(t)$  e  $\mathbf{P}(t)$  representam os vetores aceleração, velocidade, deslocamento e força externa respectivamente, dados por:

$$\ddot{\mathbf{U}}(t) = \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1(t) \\ \ddot{u}_2(t) \\ \vdots \\ \ddot{u}_N(t) \end{Bmatrix} \quad \dot{\mathbf{U}}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{u}_1(t) \\ \dot{u}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{u}_N(t) \end{Bmatrix} \quad \mathbf{U}(t) = \begin{Bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_N(t) \end{Bmatrix} \quad \mathbf{P}(t) = \begin{Bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ \vdots \\ p_N(t) \end{Bmatrix} \quad (\text{Equação 22})$$

e  $[M]$ ,  $[C]$  e  $[K]$  são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente, definidas por:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & m_N \end{bmatrix} \quad (\text{Equação 23})$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & \dots & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & \ddots & \vdots \\ 0 & -c_3 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & c_{N-1} + c_N & -c_N \\ 0 & \dots & 0 & -c_N & c_N \end{bmatrix} \quad (\text{Equação 24})$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \dots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \ddots & \vdots \\ 0 & -k_3 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & k_{N-1} + k_N & -k_N \\ 0 & \dots & 0 & -k_N & k_N \end{bmatrix} \quad (\text{Equação 25})$$

### 3.1.5.1 Sistema com múltiplos graus de liberdade em vibração livre com amortecimento

Considerando que a estrutura está sob vibração livre, em que  $\mathbf{P}(t) = 0$ , e com amortecimento proporcional à matriz de massa e rigidez, obtém-se:

$$[M] \ddot{\mathbf{U}}(t) + [K] \mathbf{U}(t) = 0 \quad (\text{Equação 26})$$

A Equação 26 representa o sistema em vibração livre não amortecida que, conforme especificado, se o amortecimento for proporcional, os modos de vibração são iguais tanto para o sistema amortecido como o não amortecido (TORRES, 2007).

Trata-se, portanto, de um sistema homogêneo que, para ter resposta diferente da trivial que resultaria na ausência de deslocamentos nodais, deve ser avaliado como um problema de autovalor.

A solução das equações presentes na Equação 26, é igual a  $u_i = a_i \sin(\omega t)$  em que, derivando e substituindo nesta equação, chega-se ao problema de autovalor e autovetor expresso na Equação 27:

$$(-\omega_N^2 [M] + [K])\varphi = 0 \quad (\text{Equação 27})$$

onde  $\varphi$  e  $a_i$  são o vetor da amplitude dos deslocamentos e a amplitude do deslocamento do  $i$ -ésimo pavimento, respectivamente e  $\omega_N$  representa as frequências naturais.

Resolvendo o problema de autovalor e autovetor verifica-se que, para cada frequência natural (autovalor), tem-se um autovetor de amplitudes (autovetor). E, a junção desses vetores constitui a matriz modal  $[\phi]$ , onde em cada coluna estão dispostas as amplitudes de uma dada frequência.

$$[\phi] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2N} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & a_{N3} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix} \quad (\text{Equação 28})$$

### 3.1.5.1 Sistema com múltiplos graus de liberdade em vibração forçada com amortecimento

Para o cálculo da resposta ao longo do tempo da Equação 21, no caso de sistemas MDOF sob influência de algum carregamento externo, a obtenção da resposta pode se dar de diversas formas. Ou seja, através de metodologias de integração direta como Runge-Kutta, Houbult, Wilson ou Newmark ou através da superposição modal.

Com a integração numérica, a ação externa é discretizada em uma sequência de instantes e trata-se de uma metodologia mais geral que fornece resposta para modelos com comportamento linear ou não e que utilize, ou não, matrizes de amortecimento proporcional. Além de que esse procedimento numérico não requer o cálculo prévio dos autovetores e autovalores da estrutura. Tais métodos podem ser classificados como explícitos – quando a solução para o instante  $t$  depende apenas das soluções de instantes anteriores – ou implícitos – quando a solução depende de valores de instantes anteriores e do próprio instante (OLIVEIRA, 2016 *apud* SORIANO, 2014; PENA, 2017).

Nesse contexto, o algoritmo de Newmark é amplamente utilizado em dinâmica estrutural (SOONG; DARGUSH, 1999) e, de acordo com Kronbauer (2013) *apud* Groehs (2001), é o mais eficaz dos métodos implícitos. Através do método de Newmark, as respostas são obtidas pela utilização da equação do movimento no instante  $t + \Delta t$ :

$$\mathbf{U}(t_{i+1}) = (b_0[M] + b_5[C] + [K])^{-1} \{ \mathbf{P}(t_{i+1}) + [M][b_0\mathbf{U}(t_i) + b_1\dot{\mathbf{U}}(t_i) + b_2\ddot{\mathbf{U}}(t_i)] + [C][b_5\mathbf{U}(t_i) + b_6\dot{\mathbf{U}}(t_i) + b_7\ddot{\mathbf{U}}(t_i)] \} \quad (\text{Equação 29})$$

E, as funções que representam a variação da velocidade e da aceleração no instante  $t + \Delta t$  são dadas pelas Equações 30 e 31, respectivamente:

$$\dot{\mathbf{U}}(t_{i+1}) = b_5[\mathbf{U}(t_{i+1}) - \mathbf{U}(t_i)] - b_6\dot{\mathbf{U}}(t_i) - b_7\ddot{\mathbf{U}}(t_i) \quad (\text{Equação 30})$$

$$\ddot{\mathbf{U}}(t_{i+1}) = b_0[\mathbf{U}(t_{i+1}) - \mathbf{U}(t_i)] - b_1\dot{\mathbf{U}}(t_i) - b_2\ddot{\mathbf{U}}(t_i) \quad (\text{Equação 31})$$

Os vetores  $\mathbf{U}(t_{i+1})$ ,  $\dot{\mathbf{U}}(t_{i+1})$  e  $\ddot{\mathbf{U}}(t_{i+1})$  indicam o deslocamento, a velocidade e a aceleração no tempo  $t + \Delta t$  e  $\mathbf{U}(t_i)$ ,  $\dot{\mathbf{U}}(t_i)$  e  $\ddot{\mathbf{U}}(t_i)$  indicam o deslocamento, velocidade e a aceleração no

tempo  $t$ . As constantes  $b_0, b_1, b_2, b_5, b_6$  e  $b_7$  são parâmetros do método dados pelo seguinte conjunto de equações (Equação 32):

$$\left\{ \begin{array}{l} b_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2} \\ b_1 = \frac{1}{\alpha \Delta t} \\ b_2 = \frac{1}{2\alpha} - 1 \\ b_5 = \frac{\beta}{\alpha \Delta t} \\ b_6 = \frac{\beta}{\alpha} - 1 \\ b_7 = \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\beta}{\alpha} - 2 \right) \end{array} \right. \quad (\text{Equação 32})$$

Os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  são determinados para obter precisão na integração e estabilidade. De acordo com Pari (2014), para valores de  $\alpha$  diferentes de  $1/2$  é introduzido amortecimento supérfluo no sistema pelo método. Desse modo, utilizam-se os valores de  $\alpha = 1/2$  e  $\beta = 1/4$  em que, para os quais, o método de Newmark é incondicionalmente estável (ROSSI, 2013).

E, por fim, para o primeiro passo de tempo, os vetores deslocamento e velocidade inicial devem ser condições de contorno fornecidas de forma que o vetor de aceleração inicial é dado pela Equação 33:

$$\ddot{\mathbf{U}}(t_0) = [\mathbf{M}]^{-1} [\mathbf{P}(t_0) - [\mathbf{C}]\dot{\mathbf{U}}(t_0) - [\mathbf{K}]\mathbf{U}(t_0)] \quad (\text{Equação 33})$$

Portanto, através da determinação do passo de tempo, da obtenção das matrizes de massa, rigidez e amortecimento da estrutura e da utilização do procedimento numérico descrito é possível obter as respostas dinâmicas para um sistema com múltiplos graus de liberdade submetidos a uma força externa.

### 3.2 CONTROLE ESTRUTURAL

A tentativa de reduzir vibrações excessivas em estruturas de forma a solucionar os problemas estruturais ou melhorar as ações dinâmicas é antiga. No entanto, a aplicação e o desenvolvimento das técnicas de controle em estruturas civis só surgiram por volta de 1960. O controle promove alteração nas propriedades de rigidez e amortecimento da estrutura podendo ser realizada através da inserção de dispositivos externos ou pela adição de forças externas com o objetivo principal da atenuação de vibrações no sistema estrutural. Trata-se de um mecanismo de transferência de energia que altera as características dinâmicas do sistema e o seu comportamento na resposta a ações externas (ELIAS, 2013; SOONG; DARGUSH, 1997).

De acordo com a forma que o sistema maneja a energia imposta pelo carregamento, há os dissipadores que são encarregados de contribuir com uma quantidade extra de dissipação e os isoladores que focam em diminuir a energia de entrada no sistema estrutural (PARI, 2014). Com relação à classificação desses sistemas, de acordo com Moutinho (2007), o controle estrutural pode ser passivo, ativo, semi-ativo e híbrido.

O controle ativo caracteriza-se por requerer energia externa apresentando, dessa forma, custo elevado e podem introduzir instabilidade à estrutura (ELIAS, 2013 *apud* YANG, 2001). No entanto, os dispositivos adaptam-se a diferentes condições de cargas por meio de sensores de resposta estrutural, que determinam a força de controle a ser aplicada na estrutura, ou seja, possui capacidade de se sintonizar para a dinâmica do sistema (KRONBAUER, 2013). São exemplos de dispositivos de controle ativo os amortecedores de massa ativo, cabos ativos, diagonais ativas e atuadores piezoelétricos.

Ou seja, o sistema ativo funciona através do trabalho simultâneo de sensores, dispositivos e atuadores da seguinte forma: na ocorrência da excitação, a estrutura responde à ela e os sensores instalados medem essa resposta e enviam os dados para o dispositivo controlador, em tempo real, que através de um algoritmo de controle específico determina o sinal de controle que deve ser dado aos atuadores que ao receberem esse sinal efetuam a ação de controle específica (CARNEIRO, 2009).

O controle passivo consiste em um ou mais dispositivos independentes de fontes de energia, que incorporados à estrutura, absorvem ou dissipam uma parte da energia transmitida pelo carregamento dinâmico, reduzindo a dissipação dessa energia nos elementos da estrutura, evitando ou minimizando, assim, possíveis danos (CARNEIRO, 2009; SOONG; DARGUSH, 1997). Esse tipo de sistema tem sido a mais empregada na Engenharia Civil pelo fato de se mostrar mais interessante no que se refere à viabilidade, custo e manutenção. Os dispositivos de controle passivo podem ser absorsores – amortecedores de massa sintonizada ou de líquido sintonizado – dissipadores – amortecedores viscosos, viscoelásticos, friccionais ou histeréticos – ou isoladores – como, por exemplo, isolamento de base (MOUTINHO, 2007).

Porém, os sistemas de controle passivos também possuem algumas limitações em seu uso como, por exemplo, seu funcionamento eficiente ocorrer apenas em uma determinada faixa de frequência determinada em projeto. Dessa forma, caso a estrutura seja excitada fora desta faixa, o dispositivo perderá sua eficiência (BENEVELI, 2002). Com relação ao mecanismo de funcionamento, esse tipo de sistema pode atuar, no momento da excitação, através da conversão

da energia cinética em calor ou pela transferência de energia entre os modos de vibração (SOONG; DARGUSH, 1997).

O controle semi-ativo consiste em uma solução intermediária ao controle passivo e ativo de forma a superar algumas fragilidades do sistema passivo como, por exemplo, a falta de adaptabilidade à dinâmica da estrutura e do ativo, visto que se trata de uma solução mais econômica e fiável (MOUTINHO, 2007). De forma resumida, semelhante ao sistema ativo, monitora a resposta estrutural para calcular a força de controle requerida, garantindo a adaptabilidade dos controladores ativos sem demandar grandes quantidades de energia. De forma que, se suas propriedades forem controladas de forma ótima, reduzem a resposta do sistema e garantem a estabilidade da estrutura. São exemplos de dispositivos de controle semi-ativo os dispositivos de rigidez variável, amortecedores de atrito variável, amortecedores viscosos de orifício variável e amortecedores de viscosidade variável.

O controle híbrido são aqueles resultantes da combinação de diferentes sistemas de controle (ativo e passivo) com o objetivo de combinar os efeitos a fim de aproveitar a vantagem associada a cada um deles. Dessa forma, são dispositivos que necessitam de forças de menor magnitude nos atuadores proporcionando um menor custo e com um desempenho mais eficiente com relação ao sistema passivo. No caso de ausência de energia, o seu componente passivo oferece um certo grau de proteção a estrutura (ELIAS, 2013). O *Hybrid Mass Dampers*, conhecido como HMDs, é um dos sistemas híbridos mais conhecidos e possui inúmeras implementações em edifícios no Japão, compõe-se da combinação de amortecedores de massa sintonizados com sistemas ativos (MOUTINHO, 2007).

### 3.2.1 Amortecedores de Massa Sintonizados (AMS) ou *Tuned Mass Dampers* (TMD)

O AMS (Figura 8) é um tipo de dispositivo de controle passivo podendo ser constituído de um ou vários sistemas massa-amortecedor-mola. A estrutura que se quer controlar pode ser projetada para apenas um AMS ou para vários, constituindo um sistema de múltiplos amortecedores de massa sintonizados (MAMS). Esse tipo de dispositivo deve ser sintonizado ao redor da frequência natural do sistema principal ou da frequência correspondente ao modo de vibração a ser controlado de forma que, sob essas condições, ao vibrar a estrutura, o AMS ou MAMS vibra com a mesma frequência dela absorvendo parte da energia do sistema.

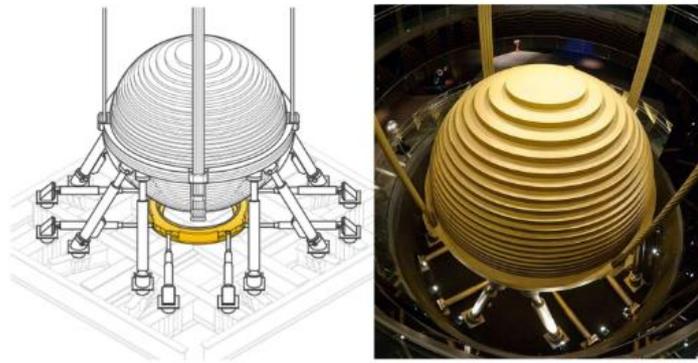


Figura 8 - Amortecedor de Massa Sintonizado.

Fonte: Bosse (2017)

De acordo com Vellar *et al.* (2019), um único AMS tem bom desempenho na redução da resposta dinâmica quando o mesmo é sintonizado no primeiro modo de vibração da estrutura. Porém, torna-se desvantajoso no que se refere ao controle dos modos de vibração superiores que pode ser solucionado através da inserção de MAMS sintonizados para diferentes frequências.

Com relação à formulação matemática e à influência dos amortecedores na dinâmica da estrutura, de acordo com Soong e Dargush (1999), a equação de movimento pode ser descrita conforme a Equação 34:

$$[M]\ddot{\mathbf{U}}(t) + [C]\dot{\mathbf{U}}(t) + [K]\mathbf{U}(t) + \mathbf{\Gamma} = \mathbf{P}(t) \quad (\text{Equação 34})$$

E, admitindo-se que os amortecedores de massa sintonizados possam ser modelados como funções lineares diretas dos vetores de aceleração, velocidade e deslocamento, o termo  $\mathbf{\Gamma}$  pode ser definido como:

$$\mathbf{\Gamma} = [\overline{M}]\ddot{\mathbf{U}}(t) + [\overline{C}]\dot{\mathbf{U}}(t) + [\overline{K}]\mathbf{U}(t) \quad (\text{Equação 35})$$

em que  $[\overline{M}]$ ,  $[\overline{C}]$  e  $[\overline{K}]$  são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez dos amortecedores de massa sintonizados.

Relacionando a Equação 34 com a Equação 35, a equação de movimento de uma estrutura com N graus de liberdade com a inserção de N amortecedores de massa sintonizados, ilustrado na Figura 9, resulta na Equação 36:

$$[\widehat{M}]\ddot{\mathbf{U}}(t) + [\widehat{C}]\dot{\mathbf{U}}(t) + [\widehat{K}]\mathbf{U}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (\text{Equação 36})$$

onde,

$$[\widehat{M}] = [M] + [\overline{M}] \quad (\text{Equação 37a})$$

$$[\widehat{C}] = [C] + [\overline{C}] \quad (\text{Equação 37b})$$

$$[\widehat{K}] = [K] + [\overline{K}] \quad (\text{Equação 37c})$$

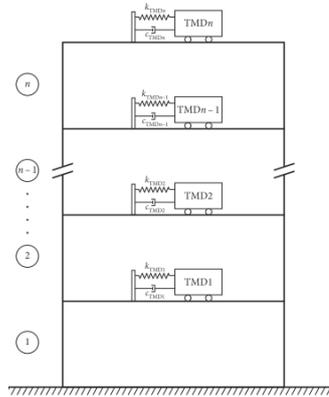


Figura 9 - Estrutura com N graus de liberdade e com N amortecedores de massa sintonizados (ou *Tuned Mass Dampers*) dispostos verticalmente.

Fonte: Vellar *et al* (2019)

A determinação das matrizes  $[\overline{M}]$ ,  $[\overline{C}]$  e  $[\overline{K}]$  e, conseqüentemente, de  $[\widehat{M}]$ ,  $[\widehat{C}]$  e  $[\widehat{K}]$  vai depender da forma como o AMS ou MAMS estarão dispostos na estrutura. Como forma de demonstrar de uma maneira geral e motivado pelo presente estudo serão apresentados a forma geral das matrizes com N amortecedores dispostos verticalmente de acordo com Vellar *et al.* (2019) e N amortecedores dispostos horizontalmente no topo da estrutura de acordo com Pena (2017), visto que através desses casos é possível se fazer qualquer combinação que se desejar.

Portanto, para o primeiro caso, tem-se as seguintes matrizes:

$$[\widehat{M}] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & m_N & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & m_{AMS_1} & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & m_{AMS_N} \end{bmatrix} \quad (\text{Equação 38})$$

$$[\hat{C}] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 + c_{AMS_1} & -c_2 & \dots & 0 & -c_{AMS_1} & 0 & \dots & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 + c_{AMS_2} & \dots & 0 & 0 & -c_{AMS_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & c_N + c_{AMS_N} & 0 & 0 & \dots & -c_{AMS_N} \\ -c_{AMS_1} & 0 & \dots & 0 & c_{AMS_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -c_{AMS_2} & \dots & 0 & 0 & c_{AMS_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -c_{AMS_N} & 0 & 0 & \dots & c_{AMS_N} \end{bmatrix}$$

(Equação 39)

$$[\hat{K}] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 + k_{AMS_1} & -k_2 & \dots & 0 & -k_{AMS_1} & 0 & \dots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 + k_{AMS_2} & \dots & 0 & 0 & -k_{AMS_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_N + k_{AMS_N} & 0 & 0 & \dots & -k_{AMS_N} \\ -k_{AMS_1} & 0 & \dots & 0 & k_{AMS_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -k_{AMS_2} & \dots & 0 & 0 & k_{AMS_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -k_{AMS_N} & 0 & 0 & \dots & k_{AMS_N} \end{bmatrix}$$

(Equação 40)

E, para o segundo caso o qual pode ser visto na Figura 10, tem-se:

$$[\hat{M}] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & m_N & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & m_{AMS_1} & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & m_{AMS_N} \end{bmatrix}$$

(Equação 41)

$$[\hat{C}] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & c_N + \sum_{j=1}^N c_{AMS,j} & -c_{AMS,1} & -c_{AMS,2} & \dots & -c_{AMS,N} \\ 0 & 0 & \dots & -c_{AMS,1} & c_{AMS,1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & -c_{AMS,2} & \vdots & c_{AMS,2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -c_{AMS,N} & 0 & 0 & 0 & c_{AMS,N} \end{bmatrix}$$

(Equação 42)

$$[\hat{K}] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_N + \sum_{j=1}^N k_{AMS,j} & -k_{AMS,1} & -k_{AMS,2} & \dots & -k_{AMS,N} \\ 0 & 0 & \dots & -k_{AMS,1} & k_{AMS,1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & -k_{AMS,2} & \vdots & k_{AMS,2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -k_{AMS,N} & 0 & 0 & 0 & k_{AMS,N} \end{bmatrix}$$

(Equação 43)

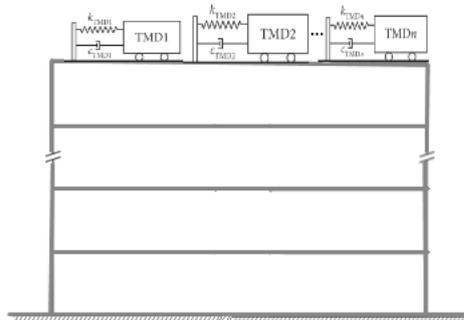


Figura 10 - Estrutura com N graus de liberdade e com N amortecedores de massa sintonizados (ou *Tuned Mass Dampers*) dispostos horizontalmente no topo da estrutura.

Fonte: Vellar *et al.* (2019) - Adaptado

Portanto, através da obtenção das matrizes de massa, rigidez e amortecimento da estrutura com AMS ou MAMS inseridos e, de acordo com a força de excitação, a resolução das equações de movimento serão semelhantes ao que foi demonstrado para as estruturas sem dispositivos de controle estrutural nos tópicos 3.1.4 a 3.1.5 a depender da quantidade de graus de liberdade a serem utilizados.

#### 4. METODOLOGIA

A proposta deste trabalho é realizar a análise dinâmica de um pórtico plano de concreto armado, baseado em seis etapas, conforme a Figura 11.

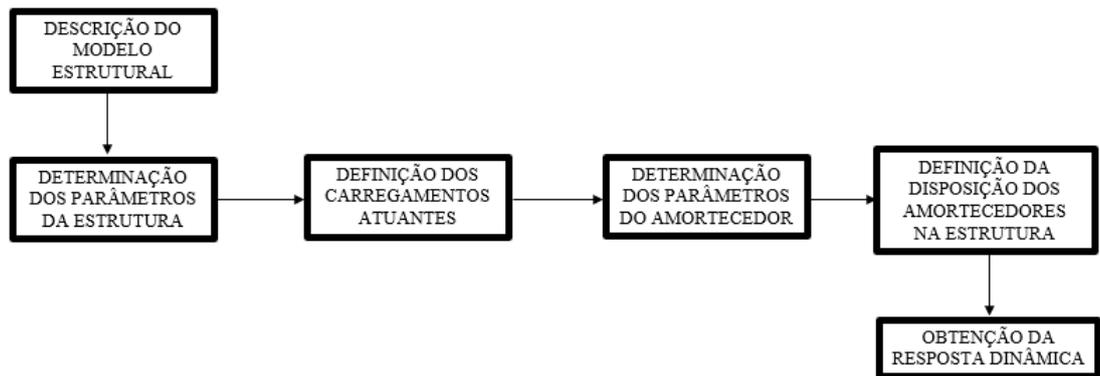


Figura 11 - Etapas utilizadas na metodologia do trabalho.

Fonte: Arquivo Pessoal.

Por meio de uma rotina computacional no *software* MATLAB, utilizou-se três cenários estruturais diferentes, com e sem a presença de amortecedores de massa sintonizados dispostos de três formas distintas para cada um deles de forma a comparar tais situações de acordo com dois cenários de carregamento utilizados a fim de verificar, nessas situações, o comportamento da estrutura quanto aos seus deslocamentos e acelerações obtidos com base no método de Newmark.

Quanto aos carregamentos externos atuantes, para o primeiro cenário foram utilizados dados obtidos de um acelerograma, disponível em <http://www.vibrationdata.com/elcentro.htm>, que representa um sismo bastante conhecido na literatura denominado *El Centro*, e para o segundo cenário utilizou-se uma excitação harmônica forçada correspondente a uma máquina rotativa desbalanceada locada no primeiro pavimento.

Quanto aos cenários utilizados para o pórtilco, para cada tipo de carregamento foram utilizadas estruturas com seções de vigas e pilares idênticos, mas com número de pavimentos distintos: dois, cinco e dez andares.

E, os cenários utilizados referente à disposição dos amortecedores de massa sintonizados, foram: (i) Um amortecedor de massa sintonizado localizado no topo da estrutura; (ii) Um amortecedor de massa sintonizado localizado em todos os pavimentos da estrutura, ou seja, múltiplos amortecedores de massa sintonizados dispostos verticalmente e (iii) Dois amortecedores de massa sintonizados em paralelo, ou seja, dispostos horizontalmente, e localizados no topo da estrutura.

Dessa forma, a partir da determinação dos parâmetros da estrutura – que compõem as matrizes de massa, amortecimento e rigidez – e da modelagem do carregamento externo para

os pórticos com dois, cinco e dez pavimentos é possível fazer a análise modal desses modelos através do problema de autovalores e autovetores de forma a determinar as frequências e modos de vibração associados aos graus de liberdade em questão. E, além disso, a análise transiente da estrutura também pode ser realizada através do método de Newmark mediante a determinação do passo de tempo a ser utilizado.

Em posse das frequências naturais e modos de vibração da estrutura é possível determinar os parâmetros a serem utilizados para os amortecedores de massa sintonizados de acordo com o modo de vibração o qual se pretende controlar. Baseado nisso e em métodos comumente utilizados na literatura como, por exemplo, Den Hartog, Villaverde e Jangid, para obtenção dos parâmetros ótimos dos amortecedores é possível realizar uma segunda análise transiente, nesse momento, com os amortecedores inseridos na estrutura.

Com os deslocamentos e acelerações resultantes das duas análises, pretende-se fazer um comparativo desses valores para os cenários descritos anteriormente a fim de verificar qual situação, dentre as utilizadas, se mostra mais eficaz e eficiente para a estrutura em questão.

Vale ressaltar, portanto, que não se pretende discutir parâmetros de projeto ou recomendações normativas visto que se trata de uma estrutura simples de concreto, a qual não foi dimensionada para qualquer que seja o cenário, além das simplificações realizadas no modelo com a consideração *shear building* e o comportamento linear tanto dos elementos estruturais quanto do absorvedor de energia. Não se pretende, também, realizar a otimização dos dispositivos de controle estrutural, nesse contexto, a utilização de métodos que fornecem parâmetros ótimos surge apenas como uma forma de se utilizar parâmetros adequados e coerentes ao estudo.

#### 4.1 DESCRIÇÃO DO MODELO ESTRUTURAL

O sistema estrutural escolhido para a realização do estudo trata-se de um pórtico plano de concreto armado engastado na base com dois, cinco e dez pavimentos conforme representado na Figura 12 e características de acordo com a Tabela 1.

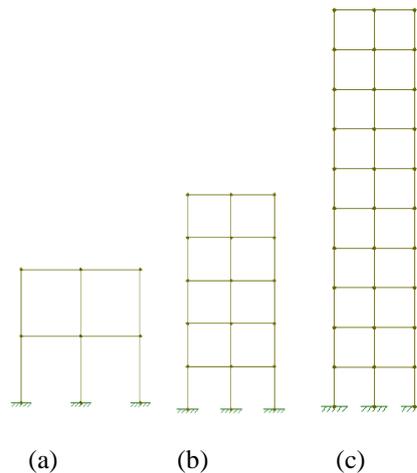


Figura 12 - Pórticos planos engastado na base com (a) 2 pavimentos, (b) 5 pavimentos e (c) 10 pavimentos.

Fonte: Arquivo Pessoal.

Tabela 1 - Propriedades físicas e geométricas dos pórticos.

| Propriedades  | Valores                          |
|---|----------------------------------|
| Seção Transversal dos Pilares - $(b_p \times h_p)$  | 0,20 m x 0,30 m                  |
| Área da Seção Transversal dos Pilares - $A_{pilar}$ | $6 \times 10^{-2} \text{ m}^2$   |
| Momento de Inércia dos Pilares - $I_{pilar}$        | $4,5 \times 10^{-4} \text{ m}^4$ |
| Seção transversal das Vigas - $(b_v \times h_v)$    | 0,12 m x 0,40 m                  |
| Área da Seção Transversal das Vigas - $A_{viga}$    | $4,8 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ |
| Momento de Inércia das Vigas - $I_{viga}$           | $6,4 \times 10^{-4} \text{ m}^4$ |
| Módulo de Elasticidade Longitudinal - $E$           | $21 \times 10^9 \text{ N/m}^2$   |
| Massa Específica - $\rho_{esp}$                     | $2500 \text{ kg/m}^3$            |
| Razão de Amortecimento - $\xi$                      | 0,005                            |
| Dimensão dos Vãos - $d$                             | 3 m                              |
| Pé direito - $H$                                    | 3 m                              |

Fonte: Arquivo Pessoal.

#### 4.2 SIMPLIFICAÇÃO *SHEAR BUILDING*

O modelo *shear building* possui grande representatividade na área da Engenharia Civil, pois serve de modelo intermediário para a modelagem de um edifício de múltiplos pavimentos e possui alto grau de simplicidade (ARRUDA; PRATES, 2017). Nesse tipo de modelagem, é considerado que os deslocamentos verticais e rotacionais da estrutura são muito pequenos e, por isso, podem ser desprezados quando comparados com os deslocamentos horizontais (PENA, 2017)

Uma estrutura pode ter infinitos graus de liberdade. Para limitá-los, recorre-se a modelagens computacionais, idealizações que limitam os graus de liberdade de maneira mais ou menos refinada. Nesse contexto, a simplificação *shear building* trata-se de uma modelagem

discreta que é válida, pois requer pouco esforço computacional quando comparado a modelos contínuos (CARNEIRO, 2009; MARTINS, 2018).

Essa simplificação aproxima cada pavimento por um pórtico de pisos rígidos, onde o número de pavimentos representa o número de graus de liberdade do modelo. Para modelar a estrutura através desse modelo deve-se impor três hipóteses: (i) A massa de cada pavimento deve ser modelada por uma massa equivalente à soma das massas das vigas, lajes e pilares daquele nível; (ii) Assume-se que não existe deslocamentos referentes à rotação de cada nó, uma vez que as vigas (que representam os pavimentos do edifício) apresentam uma rigidez extremamente superior a rigidez dos pilares; (iii) Despreza-se as deformações axiais dos pilares, ou seja, pode-se dizer que durante o movimento horizontal as vigas e lajes permanecem niveladas. Nesse contexto, uma única coordenada horizontal representa o deslocamento horizontal da viga (ALVES, 2015 *apud* PAZ, 1985; OSPINA, 2016).

Logo, através dessa simplificação, as estruturas presentes na Figura 11, serão tratadas da conforme a Figura 13:

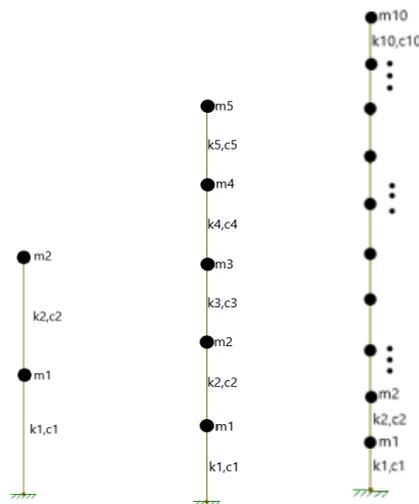


Figura 13 - *Shear building* das estruturas da Figura 11 com 2, 5 e 10 graus de liberdade respectivamente.

Fonte: Arquivo Pessoal.

A massa de cada pavimento é obtida através da soma das massas dos pilares, viga e laje existentes naquele andar conforme a Equação 44:

$$m_{\text{pavimento}} = m_{\text{pilares}} + m_{\text{vigas}} + m_{\text{lajes}} \quad (\text{Equação 44})$$

Nessa modelagem, os pilares são considerados engastados entre os pavimentos. Dessa forma, o coeficiente  $k_{\text{ pilar}}$  de cada pilar é calculado pela expressão

$$k_{pilar} = \frac{12EI_{pilar}}{H^3} \quad (\text{Equação 45})$$

em que  $E$  é o módulo de elasticidade,  $I_{pilar}$  é a inércia de cada pilar e  $H$  é o pé direito do pavimento.

Portanto, a rigidez de cada andar é dada pela soma das rigidezes dos pilares (MARTINS, 2018).

Como as características físicas e geométricas são semelhantes para os três tipos de pórtico, as massas e rigidezes por andar, considerando o *shear building*, encontram-se apresentados na Tabela 2:

Tabela 2 - Características de massa e rigidez por pavimento.

| Dados da Estrutura <i>shear building</i> | Valores                 |
|--|-------------------------|
| Massa por pavimento                      | 2070 kg                 |
| Rigidez por pavimento                    | 1,26x107 m <sup>4</sup> |

Fonte: Arquivo Pessoal

A partir dos dados fornecidos na Tabela 2 e de acordo com a formulação matricial desenvolvida no tópico 3.1.5 é possível desenvolver as matrizes de massa e rigidez para as estruturas ilustradas na Figura 12.

Em posse das matrizes de massa  $[M]$  e rigidez  $[K]$  de cada pavimento, a obtenção da matriz de amortecimento se dá, no presente estudo, pelo método de Rayleigh (ALVES, 2015; CHOPRA, 1997; OLIVEIRA, 2016). Tal procedimento consiste em uma metodologia de amortecimento proporcional clássica e a matriz de amortecimento pode ser expressa através da Equação 46:

$$[C] = a_0[M] + a_1[K] \quad (\text{Equação 46})$$

Os coeficientes  $a_0$  e  $a_1$  são determinados a partir da taxa de amortecimento da estrutura e das frequências naturais de vibração no  $i$ -ésimo e  $j$ -ésimo modo, então:

$$a_0 = \xi \frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i+\omega_j} \text{ e } a_1 = \xi \frac{2}{\omega_i+\omega_j} \quad (\text{Equação 47})$$

Para o trabalho em questão, serão consideradas as duas primeiras frequências naturais pelo fato de se considerar que estas são mais determinantes no comportamento da estrutura.

### 4.3 CENÁRIOS DE CARREGAMENTO

Conforme dito anteriormente, foram utilizados no estudo dois cenários de carregamento externo: a excitação sísmica e a harmônica.

#### 4.3.1 Excitação Sísmica

Para o evento sísmico foi utilizado o sinal de excitação referente ao registro de aceleração do solo, ocorrido em 1940, sob o *Imperial Valley*, no sudeste da Califórnia denominado como *El Centro*. Esse sismo atingiu 6,9 graus na Escala Richter, teve duração de 53,74 segundos e o acelerograma da excitação em questão pode ser vista na Figura 14:

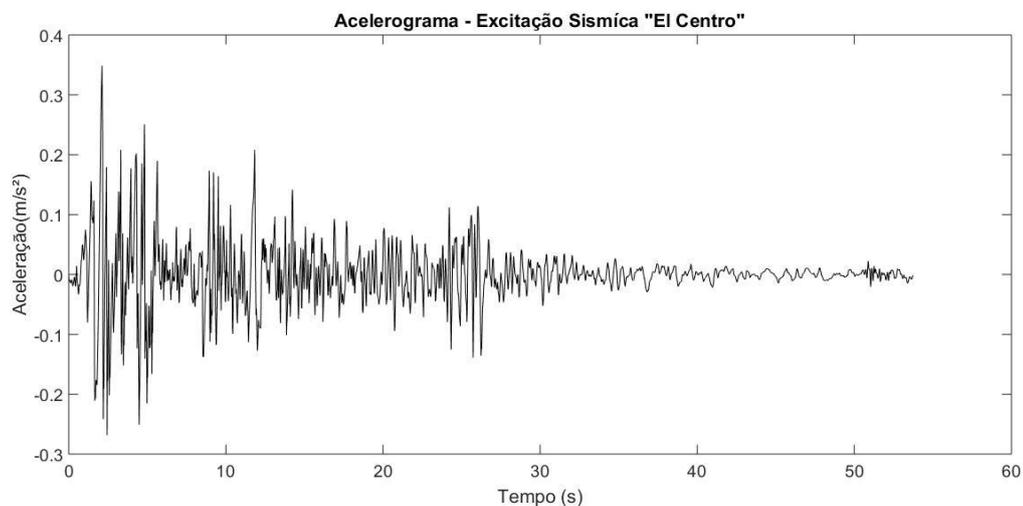


Figura 14 - Acelerograma do sismo *El Centro*, ocorrido no sudeste da Califórnia.

Fonte de dados: *Vibration Data* (<http://www.vibrationdata.com/elcentro.htm>).

Dessa forma, de acordo com os dados de aceleração do sismo, e ainda considerando a teoria formulada no item 3.1.4.2 obtém-se uma carga equivalente através do produto da matriz de massa (com ou sem amortecedores, dependendo do caso) pela aceleração da excitação. Portanto, essa força atua horizontalmente em todos os graus de liberdade da estrutura *shear building* do presente estudo conforme representado, genericamente, na Figura 15.

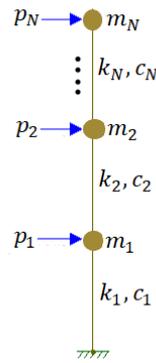


Figura 15 - Representação genérica da carga  $p_i$  equivalente ao sismo aplicada em todos os pavimentos.

Fonte: Arquivo Pessoal.

#### 4.3.2 Excitação Harmônica

Para a excitação harmônica foi escolhido um carregamento correspondente à uma máquina rotativa desbalanceada, localizada no primeiro pavimento, utilizada por Breda, Rocha e Bolelli (2017), com o objetivo de se utilizar um caso prático e com maior possibilidade de ocorrência ao se comparar com o sismo. Seu modelo é fornecido através de uma função do tipo senoidal com uma amplitude de força  $p_0$  igual a 66560 N e frequência de excitação  $\bar{\omega}$  de 16 rad/s conforme a Equação 48.

$$p(t) = p_0 \sin(\bar{\omega}t) = 66560 \sin(16t) \quad (\text{Equação 48})$$

Com uma duração de 50 segundos, a Figura 16 ilustra a força de excitação proporcionada pela máquina no primeiro pavimento da estrutura, ou seja, no primeiro grau de liberdade.

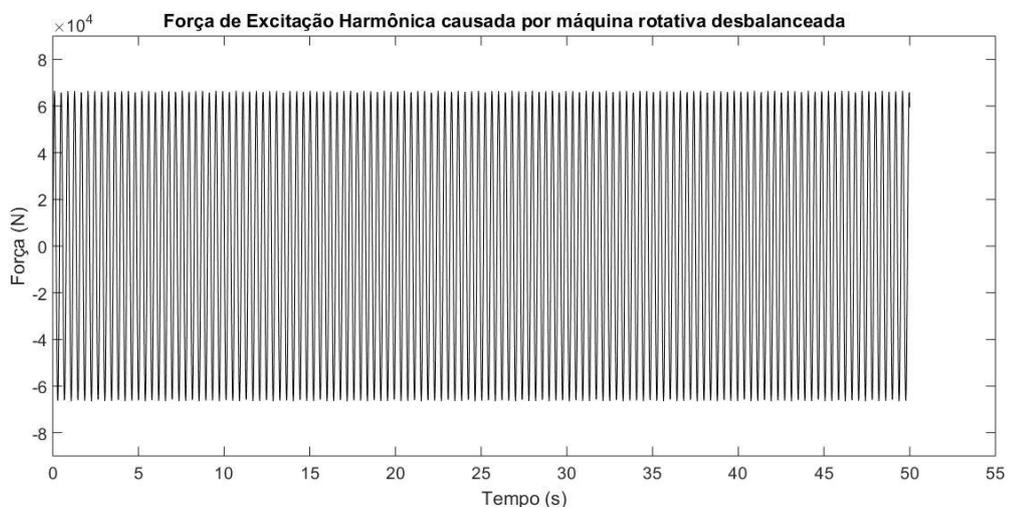


Figura 16 - Força de excitação harmônica causada por máquina rotativa desbalanceada no primeiro pavimento.

Fonte: Arquivo Pessoal.

Dessa forma, de acordo com os dados da força harmônica é possível se obter o vetor de força externa  $P_0(t)$  que, nesse caso, atua horizontalmente apenas no primeiro pavimento da estrutura (Figura 17). E, além disso, a máquina possui uma massa de 600 kg a qual vai interferir na matriz de massa da estrutura, mais especificamente nos valores referentes ao primeiro grau de liberdade.

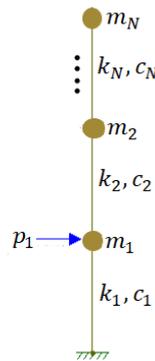


Figura 17 - Representação genérica da carga harmônica aplicada no primeiro pavimento.

Fonte: Arquivo Pessoal.

E, por fim, vale ressaltar que para a utilização de método de Newmark admitiu-se, para os dois cenários de carregamento, um passo de tempo de 0,02 segundos.

#### 4.4 OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS DOS AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADOS

Os métodos de determinação dos parâmetros dos amortecedores de massa sintonizados dependem de diversos fatores aos quais a estrutura está submetida, tais como: o número de graus de liberdade da estrutura, o tipo de excitação externa, o número de amortecedores de massa sintonizados, a forma que estão dispostos, entre outros.

Vários critérios são apresentados na literatura para a determinação desses parâmetros (MOUTINHO; CUNHA; CAETANO, 2004; SOONG; DARGUSH, 1999). Entre eles, podem-se citar Den Hartog (1956), Villaverde (1985) e Jangid (1999).

Den Hartog, em 1956, desenvolveu uma técnica de otimização com o objetivo de minimizar o deslocamento da estrutura ao considerar um sistema não amortecido submetido à excitação harmônica senoidal. Jangid, em 1999, investigou os parâmetros para diferentes razões de massa e diferentes números de amortecedores através de uma busca numérica, enquanto VillaVerde, em 1985, desenvolveu e avaliou parâmetros recorrendo-se a acelerogramas de sismos reais. No entanto, para as cargas sísmicas, quando se pretende utilizar MAMS é bastante

comum a utilização de métodos meta-heurísticos, como o *Search Group Algorithm* (SGA) e o *Firefly Algorithm* (FA), para a obtenção de parâmetros ótimos. Esses métodos são capazes de refinar e explorar os resultados em um domínio pré-definido e conseguem encontrar os ótimos globais da estrutura, ou seja, o ponto mínimo dentre todo o domínio estipulado (HECK, 2018).

A eficiência e robustez de amortecedores de massa sintonizados estão relacionados aos parâmetros como, por exemplo, o intervalo em que as frequências dos amortecedores estão distribuídas ou largura de banda de frequência, número de amortecedores, razão de amortecimento, razão de massa e razão de frequência entre as propriedades do amortecedor e da estrutura. (CARNEIRO, 2009). De acordo com Ghosh e Basu (2004) é bastante comum no projeto de AMS o controle de um único modo que dê a contribuição máxima para a maior resposta da estrutura.

De acordo com Carneiro (2009) *apud* Housner *et al.* (1997) um amortecedor de massa sintonizado na primeira frequência de vibração da estrutura reduz a resposta associada ao primeiro modo de vibração consideravelmente, no entanto, pode reduzir apenas levemente ou, até mesmo, amplificar as respostas associadas aos modos mais altos. Além disso, um único AMS é mais sensível às discrepâncias na frequência natural da estrutura e na taxa de amortecimento do amortecedor considerado no projeto do que múltiplos AMS.

#### 4.4.1 Obtenção dos parâmetros para cargas harmônicas

Considerando um sistema de 1 grau de liberdade com massa igual a  $m_1$ , constante de rigidez  $k_1$  e constante de amortecimento  $c_1$ , e um amortecedor de massa  $m_2$  ligado a este por uma mola de rigidez  $k_2$  e um amortecedor viscoso de constante  $c_2$ . A sintonização do amortecedor consiste na determinação dos parâmetros  $m_2$ ,  $k_2$  e  $c_2$ . Supondo que a ação atuante seja sinusoidal, como a Equação 37, para que o movimento da estrutura principal seja minimizado é necessário que a curva de amplificação dinâmica da massa  $m_1$  apresente amplitudes iguais nas frequências de ressonância do conjunto (estrutura + amortecedor) e que, simultaneamente, essas amplitudes correspondam aos valores mínimos possíveis (MOUTINHO; CUNHA; CAETANO, 2004).

Portanto, de acordo com o método de Den Hartog, para o amortecimento estrutural nulo ( $\xi = 0$ ), o dimensionamento ótimo do AMS pode ser feito recorrendo às Equações 49a e 49b:

$$q_{\text{ótimo}} = \frac{1}{1+\mu} \quad (\text{Equação 49a})$$

$$\xi_{AMS,\acute{o}timo} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} \quad (\text{Equação 49b})$$

Em que:

$$\xi_2 = \frac{c_2}{2\sqrt{k_2 m_2}} \quad \mu = \frac{m_2}{m_1} \quad q = \frac{\omega_{22}}{\omega_{11}} \quad \omega_{11} = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \quad \omega_{22} = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \quad (\text{Equação 50})$$

Para casos em que o amortecimento estrutural é reduzido, da ordem de 1% ou inferior, como é o caso das estruturas do trabalho em questão que possuem amortecimento de 0,5% ainda é possível a utilização das Equações 49a e 49b.

#### 4.4.2 Obtenção dos parâmetros para carga sísmica.

Para o caso em que a força externa atuante é proveniente de sismos, a estratégia para a obtenção dos parâmetros dos AMS terá de ser diferente da apresentada no tópico 4.4.1. Dessa forma, nessas condições, o método de Villaverde pode ser utilizado. De acordo com Moutinho, Cunha e Caetano (2004) *apud* Villaverde *et al.* (1985), os dispositivos de controle tem maior eficácia na redução das vibrações quando os primeiros dois modos de vibração do conjunto da estrutura com AMS incorporado tem aproximadamente os mesmos coeficientes de amortecimento, correspondente à média dos amortecimentos da estrutura e do AMS quando funcionam isoladamente. Para que isso seja possível, sugere-se que os parâmetros sejam sintonizados com as considerações:

$$q_{\acute{o}timo,AMS} = 1 \quad (\text{Equação 51a})$$

$$\xi_{\acute{o}timo,AMS} = \xi_{estrutura} + \phi\sqrt{\mu} \quad (\text{Equação 51b})$$

em que,  $\phi$  é a componente do modo de vibração da estrutura sem AMS o qual se requer controlar.

#### 4.4.3 Obtenção dos parâmetros para múltiplos amortecedores sintonizados.

Visto que os critérios descritos foram obtidos, em sua concepção, para a utilização de parâmetros de apenas um amortecedor de massa sintonizado a ser utilizado na estrutura, surge a necessidade de um método que se baseie na utilização de múltiplos AMS.

Nesse contexto, o critério de Jangid, bastante difundido na literatura de controle estrutural, foi escolhido. De acordo com Ospina (2016), Jangid (1999) realizou uma busca numérica para encontrar parâmetros ótimos para amortecedores de massa sintonizados

múltiplos não interligados, o sistema considerado em seu estudo foi não amortecido submetido à excitação harmônica na base da estrutura.

Esse critério baseia-se na minimização do deslocamento permanente da resposta da estrutura e uma mesma razão de amortecimento  $\xi$  para todos os amortecedores. Através da variação dos valores de  $\mu$  e do número de amortecedores, os parâmetros ótimos  $\xi$ , largura de banda  $\beta_L$  e razão de frequência  $\alpha$  foram obtidos.

Através da observação das respostas obtidas em seu estudo, Jangid percebeu a inexistência de pontos fixos, ou seja, pontos em que o fator de amplificação dinâmica coincide para diferentes razões de amortecimento e, com isso, conclui-se que expressões para parâmetros ótimos de MAMS não podem ser utilizadas para apenas um AMS (OSPINA, 2016). Dessa forma, através da variação dos parâmetros ótimos, baseado no procedimento *Min.Max* proposto por Tsai e Lin (1993), e com um ajuste de curvas Jangid encontrou expressões para o cálculo dos parâmetros ótimos em função do número de amortecedores  $n$  e da razão entre as massas  $\mu$  de acordo com as Equações 52, 53 e 54:

$$\xi_{\text{ótimo,AMS}} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)(1-0,5\mu)}} + f(\mu)\sqrt{\mu} \left\{ a_4 \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right) + a_5 \left( \frac{1}{n} - 1 \right) + a_6(\sqrt{n} - 1) \right\} \quad (\text{Equação 52})$$

$$q_{\text{ótimo,AMS}} = \sqrt{\frac{1-0,5\mu}{1+\mu}} + f(\mu) \sqrt{\frac{\mu}{n}} \left\{ a_4 \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right) + a_5(n - 1) + a_6 \left( \frac{1}{n\sqrt{n}} - 1 \right) \right\} \quad (\text{Equação 53})$$

$$f(\mu) = (a_1 + a_2\sqrt{\mu} + a_3\mu) \quad (\text{Equação 54})$$

Os coeficientes  $a_n$  dessas equações estão presentes na Tabela 3.

Tabela 3 - Valores dos coeficientes das equações ótimas.

| Coeficientes | Parâmetros Ótimos |          |
|--------------|-------------------|----------|
|              | $\xi$             | $q$      |
| $a_1$        | 0,5474            | -0,00241 |
| $a_2$        | 0,1038            | 0,72152  |
| $a_3$        | -0,4522           | -0,4397  |
| $a_4$        | 0,7604            | -0,66385 |
| $a_5$        | 0,3916            | -0,01138 |
| $a_6$        | 0,0403            | 0,99522  |

Fonte: Ospina (2016) *apud* Jangid (1999).

Portanto, através dos métodos descritos nos itens 4.4.1, 4.4.2 e 4.4.3 foi realizado o seguinte procedimento para as estruturas com dois, cinco e dez pavimentos:

- (i) Para a estrutura sob excitação sísmica, os parâmetros do cenário, composto pela estrutura e um AMS localizado em seu topo, foram obtidos segundo os critérios de Villaverde. Ainda com esses mesmos parâmetros, dispôs-se um AMS em cada pavimento e, por fim, dispôs-se dois AMS em paralelo no topo da estrutura. Após isso, repetiram-se os dois últimos procedimentos descritos só que com a utilização do critério de Jangid para MAMS.
- (ii) Para a estrutura sob excitação harmônica, os parâmetros do cenário, composto pela estrutura e um AMS localizado em seu topo, foram obtidos segundo os critérios de Den Hartog. Ainda com esses mesmos parâmetros, dispôs-se um AMS em cada pavimento e, por fim, dispôs-se dois AMS em paralelo no topo da estrutura. Após isso, repetiram-se os dois últimos procedimentos descritos só que com a utilização do critério de Jangid para MAMS.

A partir da metodologia adotada, compararam-se as situações descritas com a utilização ou não do critério de Jangid, e optou-se por prosseguir com o parâmetro que se mostrou mais eficiente no que se refere ao deslocamento máximo da estrutura. A fim de que a comparação seja realizada de quatro formas diferentes, como: sem o amortecedor, com um amortecedor no topo da estrutura, com um amortecedor em cada pavimento (MAMS – dispostos verticalmente) e com dois amortecedores não interligados no topo da estrutura (MAMS – dispostos horizontalmente) com os parâmetros obtidos por Jangid ou não, a depender do resultado que se mostrar melhor.

E, para finalizar, duas considerações importantes foram feitas:

- Quanto à relação de massas, para as estruturas com mesma quantidade de pavimentos e submetidos a mesma excitação, foi utilizada uma relação de massas fixa baseada na variação de  $\mu$  de 0,005 a 0,16 e na verificação do comportamento do deslocamento máximo na estrutura. Ao final, adotou-se aquele caso em que uma menor relação de massa estava associada a um menor deslocamento máximo. A limitação da variação de  $\mu$  foi realizada de forma a controlar a inserção de massa no sistema principal, pois não é desejável adição de massas consideráveis;
- Quanto ao modo de vibração a se controlar, manteve-se fixo o objetivo no controle da frequência fundamental da estrutura, mesmo com a utilização de MAMS.

#### 4.5 FERRAMENTA COMPUTACIONAL UTILIZADA PARA A ANÁLISE DINÂMICA E VALIDAÇÃO DA ROTINA COMPUTACIONAL UTILIZADA

Para a análise dinâmica da estrutura, a rotina computacional utilizada foi derivada e adaptada do código desenvolvido por Kronbauer (2013).

Com relação à organização do programa, conforme a Figura 18, este pode ser dividido em três etapas: pré-processamento, solução e pós-processamento. O pré-processamento consiste na entrada de dados – força de excitação, variação do tempo, massas e rigidezes – e na pré-solução – cálculo das matrizes de massa, rigidez e amortecimento. A solução se refere à resolução do sistema de equações pelo método de Newmark e o pós-processamento consiste na saída dos resultados, ou seja, a obtenção das frequências e modos de vibração e dos deslocamentos, velocidades e acelerações. (KRONBAUER, 2013)

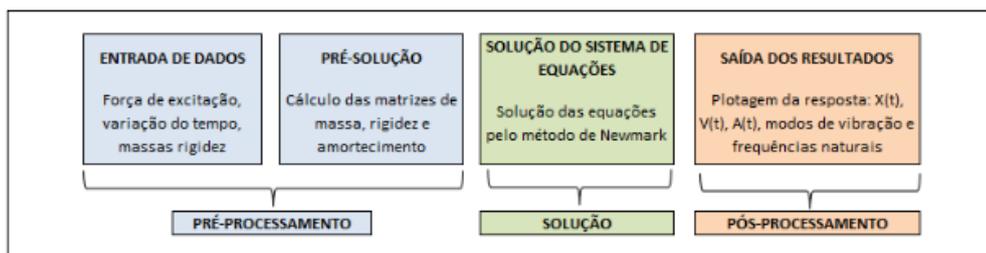


Figura 18 - Etapas utilizadas na organização da rotina.

Fonte: Kronbauer (2013)

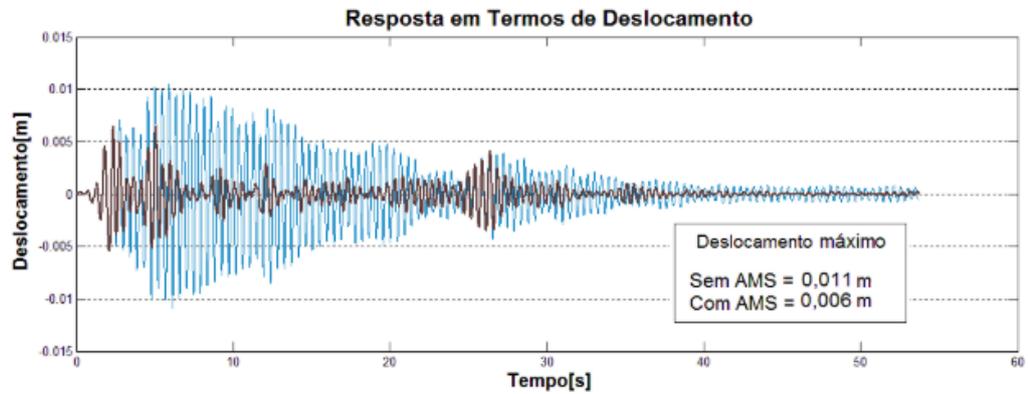
E, para a validação do programa utilizado, foi realizado um estudo numérico para o modelo estrutural descrito por Kronbauer (2013), que se trata de um pórtico plano de 9 pavimentos simplificado com o modelo *shear building*, sob a excitação externa do sismo *El Centro*. Os resultados desta validação podem ser vistos em resultados no tópico 5.1.

## 5. RESULTADOS

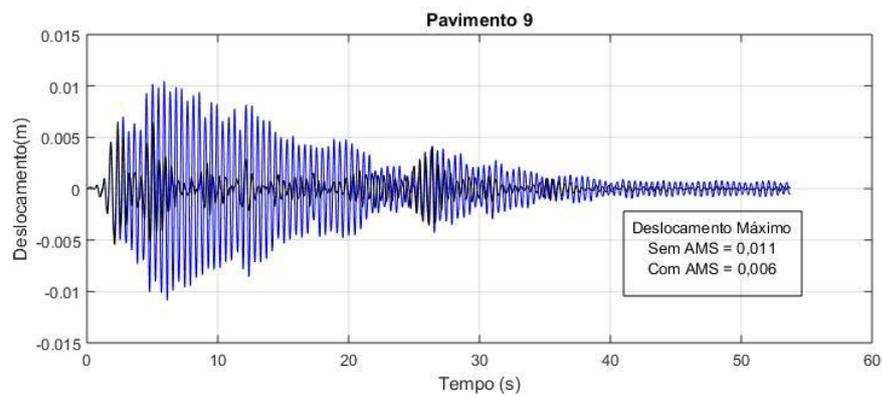
### 5.1 VALIDAÇÃO DA ROTINA COMPUTACIONAL UTILIZADA

Por meio do estudo número realizado por Kronbauer (2013) e utilizando os parâmetros ideais presentes no estudo, obteve-se para o deslocamento máximo 0,0109 m e 0,0065 m e para a aceleração máxima 2,6695 m/s<sup>2</sup> e 1,6930 m/s<sup>2</sup> sem e com AMS, para os dois casos, respectivamente. As Figuras 19 e 20 representam graficamente a resposta no topo da estrutura, em termos de deslocamento e aceleração, obtidos por Kronbauer (Figura 19a e 20a) e no

processo de validação (Figura 19b e 20b). As respostas obtidas permitiram a validação do código computacional utilizado.



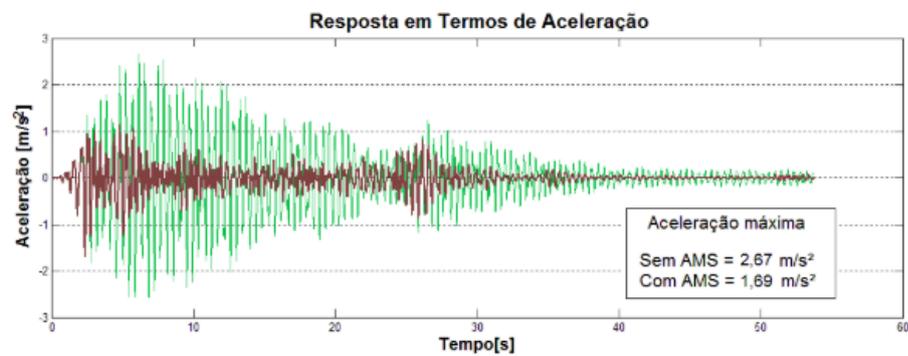
(a)



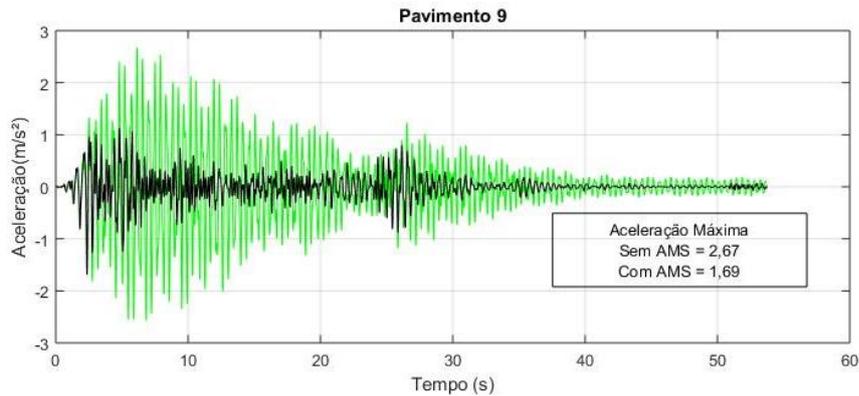
(b)

Figura 19 - Resposta da estrutura em termos de deslocamento no topo para o sismo *El Centro* obtido (a) por Kronbauer (2013) e (b) no processo de validação.

Fonte: (a) Kronbauer (2013) e (b) Arquivo Pessoal.



(a)



(b)

Figura 20 - Resposta da estrutura em termos de aceleração no topo para o sismo *El Centro* obtido (a) por Kronbauer (2013) e (b) no processo de validação.

Fonte: (a) Kronbauer (2013) e (b) Arquivo Pessoal.

Feito isso, a rotina computacional foi adaptada de acordo com os diversos cenários descritos, sendo possível a obtenção das respostas dinâmicas necessárias para o cumprimento dos objetivos do presente estudo.

## 5.2 ANÁLISE DA ESTRUTURA SUBMETIDA AO CARREGAMENTO SISMÍCO “*EL CENTRO*”

### 5.2.1 *Shear Building* com 2 pavimentos

A partir da análise modal realizada no modelo com dois pavimentos e, portanto, dois graus de liberdade, obtiveram-se os seguintes valores para as frequências:  $f_1 = 7,6742 \text{ Hz}$  e  $f_2 = 20,0913 \text{ Hz}$ . Para a análise transiente foram obtidos os valores de deslocamento, velocidade e aceleração máxima apresentados na Tabela 4:

Tabela 4 - Deslocamento, velocidade e aceleração máximos para a estrutura *shear building* com dois pavimentos e sem inserção de amortecedores.

|  | Pavimento<br>1        | Pavimento<br>2        |
|--|-----------------------|-----------------------|
| <b>Deslocamento<br/>Máximo (m)</b>                 | $3,25 \times 10^{-4}$ | $5,28 \times 10^{-4}$ |
| <b>Velocidade<br/>Máxima<br/>(m/s)</b>             | $1,52 \times 10^{-2}$ | $2,41 \times 10^{-2}$ |
| <b>Aceleração<br/>Máxima<br/>(m/s<sup>2</sup>)</b> | 0,74                  | 1,16                  |

Fonte: Arquivo Pessoal.

Conforme esperado, os maiores deslocamentos ocorreram nos pavimentos superiores, nesse caso tratando-se do segundo pavimento. A Figura 21 mostra a resposta, em função do

tempo, de deslocamento e aceleração nesse pavimento, uma vez que essas respostas são de maior importância, visto que se relacionam, respectivamente, com a integridade da estrutura e com o conforto dos usuários.

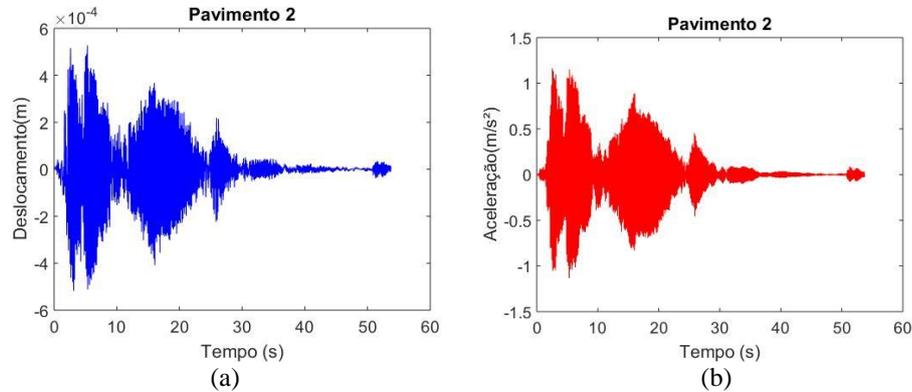


Figura 21 - Respostas de (a) deslocamento e (b) aceleração da estrutura em função do tempo no segundo pavimento sem a inserção de amortecedores.

Fonte: Arquivo Pessoal.

Antes de analisar a estrutura com os amortecedores inseridos, é necessário adotar um valor coerente da relação de massas  $\mu$ . A partir da Figura 22, pode-se verificar como o deslocamento máximo no topo da estrutura, com um amortecedor no topo, varia à medida que se varia  $\mu$ .

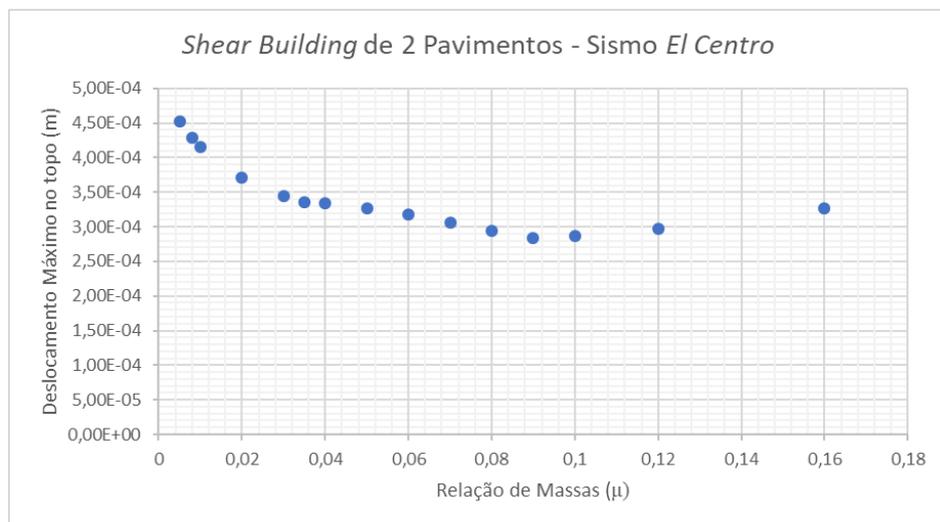


Figura 22 - Deslocamento máximo no topo do edifício de dois pavimentos com um amortecedor no topo em função da relação de massas  $\mu$ .

Fonte: Arquivo Pessoal.

Observa-se, portanto, que à medida que se aumenta o valor de  $\mu$  o deslocamento máximo no topo diminui alcançando seu valor mínimo de  $2,84 \times 10^{-4}$  m para  $\mu = 0,09$  e, a partir desse

momento, o deslocamento volta a aumentar. Dessa forma, para a variação da relação de massas dentro do limite estabelecido, o valor mais eficiente a ser adotado para  $\mu$  é 0,09.

Em posse das frequências naturais da estrutura e da adoção da relação de massas, com a utilização do critério de Villaverde obtiveram-se os parâmetros apresentados na Tabela 5 para um AMS:

Tabela 5 - Parâmetros do AMS obtidos por Villaverde.

|  |                    |
|--|--------------------|
| <b>Massa do AMS (kg)</b>                                       | 352,93             |
| <b>Rigidez do AMS (N/m)</b>                                    | $8,21 \times 10^5$ |
| <b>Amortecimento do AMS (Ns/m)</b>                             | $1,21 \times 10^4$ |
| <b>Frequência do AMS (Hz)</b>                                  | 7,6742             |
| <b>Taxa de Amortecimento do AMS – <math>\xi_{ótimo}</math></b> | 0,3562             |

Fonte: Arquivo Pessoal.

Para um AMS acoplado ao modelo no topo do segundo pavimento, e com as características apresentadas na Tabela 5, as respostas mostradas na Tabela 6 foram obtidas:

Tabela 6 - Deslocamento, velocidade e aceleração no topo para a estrutura *shear building* com dois pavimentos e com a inserção de um amortecedor no topo da estrutura.

|  | <b>Pavimento 2</b>    | <b>Pavimento 2 - Sem AMS</b> |
|--|-----------------------|------------------------------|
| <b>Deslocamento Máximo (m)</b>             | $2,84 \times 10^{-4}$ | $5,28 \times 10^{-4}$        |
| <b>Velocidade Máxima (m/s)</b>             | $1,19 \times 10^{-2}$ | $2,41 \times 10^{-2}$        |
| <b>Aceleração Máxima (m/s<sup>2</sup>)</b> | 0,56                  | 1,16                         |

Fonte: Arquivo Pessoal.

Ainda, com a utilização dos parâmetros obtidos na Tabela 5, para um AMS em cada pavimento (MAMS dispostos verticalmente conforme a Figura 9) e para dois AMS em paralelo no topo da estrutura (MAMS dispostos horizontalmente conforme a Figura 10) os resultados obtidos podem ser vistos na Tabela 7.

Tabela 7 - Deslocamento, velocidade e aceleração no topo para a estrutura *shear building* com dois pavimentos e com a inserção de MAMS dispostos verticalmente e horizontalmente com a utilização dos parâmetros de Villaverde.

|   | Um AMS em cada pavimento | Dois AMS em paralelo no topo da estrutura | Sem AMS               |
|---|--------------------------|---|-----------------------|
| <b>Deslocamento Máximo (m)</b>                | $3,15 \times 10^{-4}$    | $3,77 \times 10^{-4}$                     | $5,28 \times 10^{-4}$ |
| <b>Velocidade Máxima (m/s)</b>                | $1,10 \times 10^{-2}$    | $1,32 \times 10^{-2}$                     | $2,41 \times 10^{-2}$ |
| <b>Aceleração Máxima (<math>m/s^2</math>)</b> | 0,51                     | 0,52                                      | 1,16                  |

Fonte: Arquivo Pessoal.

Considerando critério de Jangid obtiveram-se os parâmetros apresentados na Tabela 8. Os valores apresentados na Tabela 9 correspondem às respostas dinâmicas para este caso.

Tabela 8 - Parâmetros do MAMS obtidos através de Jangid

|  |                    |
|--|--------------------|
| <b>Massa do AMS (kg)</b>                                       | 352,93             |
| <b>Rigidez do AMS (N/m)</b>                                    | $7,19 \times 10^5$ |
| <b>Amortecimento do AMS (Ns/m)</b>                             | $5,74 \times 10^3$ |
| <b>Frequência do AMS (Hz)</b>                                  | 7,1833             |
| <b>Taxa de Amortecimento do AMS – <math>\xi_{ótimo}</math></b> | 0,18               |

Fonte: Arquivo Pessoal.

Tabela 9 - Deslocamento, velocidade e aceleração no topo para a estrutura *shear building* com dois pavimentos e com a inserção de MAMS dispostos verticalmente e horizontalmente com a utilização dos parâmetros de Jangid.

|   | Um AMS em cada pavimento | Dois AMS em paralelo no topo da estrutura | Sem AMS               |
|---|--------------------------|---|-----------------------|
| <b>Deslocamento Máximo (m)</b>                | $3,68 \times 10^{-4}$    | $4,01 \times 10^{-4}$                     | $5,28 \times 10^{-4}$ |
| <b>Velocidade Máxima (m/s)</b>                | $1,29 \times 10^{-2}$    | $1,31 \times 10^{-2}$                     | $2,41 \times 10^{-2}$ |
| <b>Aceleração Máxima (<math>m/s^2</math>)</b> | 0,53                     | 0,52                                      | 1,16                  |

Fonte: Arquivo Pessoal.

Conforme descrito na metodologia e comparando os resultados obtidos com e sem a utilização do critério de Jangid através da Tabela 10 baseado nas Tabelas 7 e 9 pode-se concluir,

para esse caso que os resultados para MAMS através dos parâmetros obtidos para um AMS se mostraram mais eficientes com relação ao deslocamento e aceleração da estrutura. E, por isso, serão descartados a partir de agora os resultados presentes na Tabela 9 e prosseguirá com os obtidos na Tabela 7.

Tabela 10 - Percentual de redução de deslocamento, velocidade e aceleração com AMS dispostos verticalmente e horizontalmente, com e sem a utilização do critério de Jangid.

|                            | Percentual de redução com um AMS em cada pavimento – Sem Jangid | Percentual de redução com um AMS em cada pavimento – Com Jangid | Percentual de redução AMS em paralelo no topo da estrutura – Sem Jangid | Percentual de redução AMS em paralelo no topo da estrutura – Com Jangid |
|----------------------------|---|---|---|---|
| <b>Deslocamento Máximo</b> | 40,34 %   | 30,30 %   | 28,60 %   | 24,05 %   |
| <b>Velocidade Máxima</b>   | 54,36 %   | 46,47 %   | 45,23 %   | 45,64 %   |
| <b>Aceleração Máxima</b>   | 56,03 %   | 54,31 %   | 55,17 %   | 55,17 %   |

Fonte: Arquivo Pessoal.

Os resultados obtidos, foram agrupados e apresentados juntos como forma de permitir uma melhor comparação.

Tabela 11 - Resumo dos resultados do deslocamento, velocidade e aceleração no topo para a estrutura *shear building* com dois pavimentos submetidos à excitação sísmica.

|  | Sem Amortecedor       | Com 1 AMS no topo da estrutura | Com 1 AMS em cada pavimento – MAMS (Villaverde) | Com 2 AMS em paralelo no topo da estrutura – MAMS (Villaverde) |
|--|-----------------------|--------------------------------|---|--|
| <b>Deslocamento Máximo (m)</b>             | $5,28 \times 10^{-4}$ | $2,84 \times 10^{-4}$          | $3,15 \times 10^{-4}$                           | $3,77 \times 10^{-4}$  |
| <b>Velocidade Máxima (m/s)</b>             | $2,41 \times 10^{-2}$ | $1,19 \times 10^{-2}$          | $1,10 \times 10^{-2}$                           | $1,32 \times 10^{-2}$  |
| <b>Aceleração Máxima (m/s<sup>2</sup>)</b> | 1,16                  | 0,56                           | 0,51  | 0,52   |

Fonte: Arquivo Pessoal.

Através da análise da Tabela 11 pode-se concluir que com relação ao deslocamento a melhor situação foi para o AMS no topo da estrutura que resultou em uma redução de 46,11% no deslocamento máximo e para a aceleração foi o MAMS disposto verticalmente com redução de 56,15%. No entanto, com o AMS no topo da estrutura houve uma redução de 51,66% na aceleração máxima. Dessa forma, considerando o conjunto relacionado ao deslocamento e aceleração, para esse caso, a utilização de 1 AMS no topo se mostra mais adequada. Nesse contexto, a Figura 23 ilustra, simultaneamente, o comportamento do deslocamento e da

aceleração respectivamente, no domínio do tempo, para a estrutura sem amortecedor e com a utilização de 1 AMS no topo.

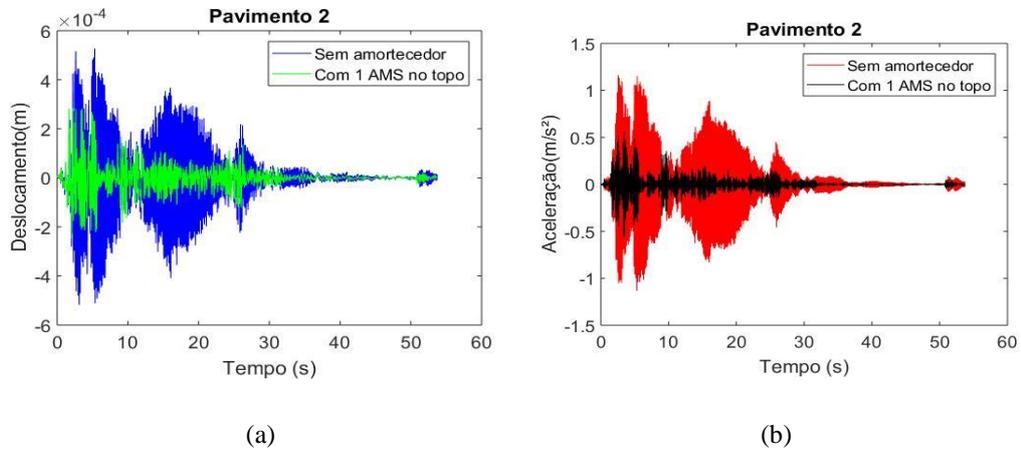


Figura 23 - Análise no domínio do tempo com relação aos (a) deslocamentos e (b) acelerações para a estrutura de dois pavimentos sem amortecedor e com um amortecedor no topo da estrutura.

Fonte: Arquivo Pessoal.

Ainda, como forma de analisar a influência em todos os pavimentos da estrutura, através de cada método, utilizando-se os deslocamentos absolutos máximos e, a partir da Figura 24, é possível verificar os deslocamentos máximos para a estrutura *shear building* como um todo e a influência de cada um dos métodos utilizados para a escolha da melhor solução para esse caso em específico.

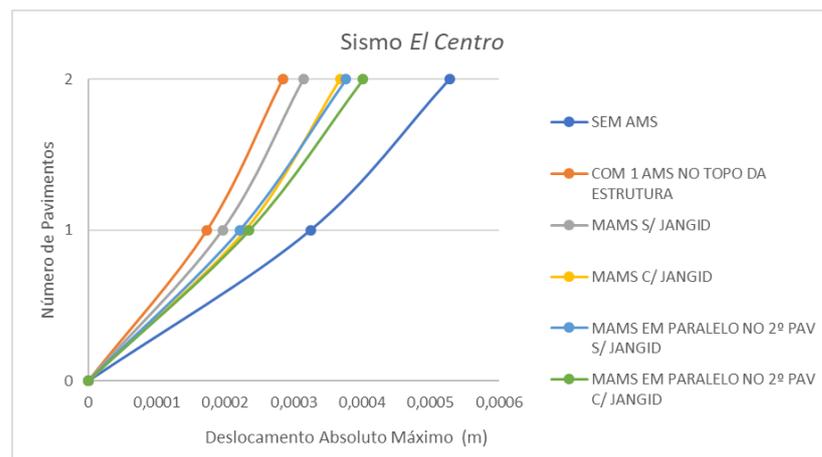


Figura 24 - Deslocamento absoluto máximo de acordo com o número de pavimentos da estrutura para cada um dos métodos utilizados para o *shear building* de dois pavimentos submetido à carga sísmica.

Fonte: Arquivo Pessoal.

E, para finalizar, pode-se verificar que, conforme já identificado e esperado, o melhor desempenho para ambos os pavimentos é com a utilização de 1 AMS no topo da estrutura.

Como o caso detalhado anteriormente foi o primeiro, procurou-se descrever os resultados de acordo com a sequência descrita na metodologia para melhor entendimento. No entanto, como forma de simplificar, para os tópicos subsequentes serão apresentados os resultados de maneira mais breve.

### 5.2.2 *Shear Building* com 5 pavimentos

A partir da análise modal realizada no modelo com cinco pavimentos e, portanto, cinco graus de liberdade, obtiveram-se os seguintes valores para as frequências:  $f_1 = 3,5343 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 10,3165 \text{ Hz}$ ,  $f_3 = 16,2629 \text{ Hz}$ ,  $f_4 = 20,8919 \text{ Hz}$  e  $f_5 = 23,8282 \text{ Hz}$ . Para a análise transiente foram obtidos os valores de deslocamento, velocidade e aceleração máxima apresentados na Tabela 12:

Tabela 12 - Deslocamento, velocidade e aceleração máximos para a estrutura *shear building* com cinco pavimentos e sem inserção de amortecedores.

|  | Pavimento 1           | Pavimento 2           | Pavimento 3           | Pavimento 4           | Pavimento 5           |
|--|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b>Deslocamento Máximo (m)</b>             | $6,30 \times 10^{-4}$ | $1,20 \times 10^{-3}$ | $1,60 \times 10^{-3}$ | $1,90 \times 10^{-3}$ | $2,10 \times 10^{-3}$ |
| <b>Velocidade Máxima (m/s)</b>             | $1,44 \times 10^{-2}$ | $2,54 \times 10^{-2}$ | $3,40 \times 10^{-2}$ | $4,12 \times 10^{-2}$ | $4,56 \times 10^{-2}$ |
| <b>Aceleração Máxima (m/s<sup>2</sup>)</b> | 0,40                  | 0,59                  | 0,87                  | 1,14                  | 1,21                  |

Fonte: Arquivo Pessoal.

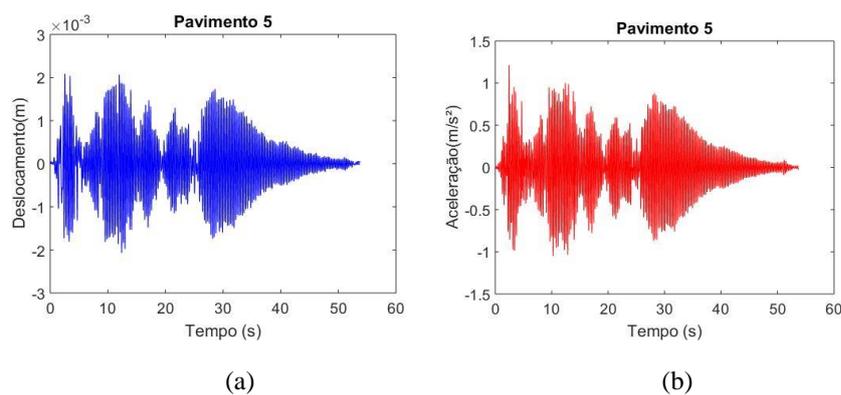


Figura 25 - Respostas de (a) deslocamento e (b) aceleração da estrutura em função do tempo no quinto pavimento sem a inserção de amortecedores.

Fonte: Arquivo Pessoal.

Para esse caso, a relação de massas utilizada foi  $\mu = 0,12$  pois dentro da faixa de análise promove o menor deslocamento.

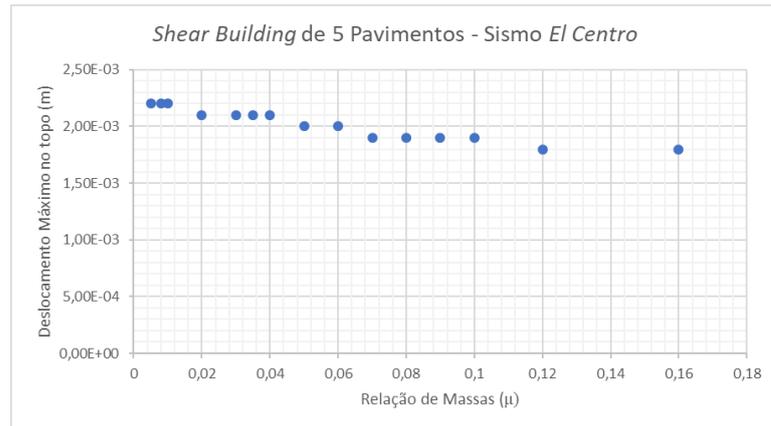


Figura 26 - Deslocamento máximo no topo do edifício de cinco pavimentos, com um amortecedor no topo, em função da relação de massas  $\mu$ .

Fonte: Arquivo Pessoal.

Os parâmetros do AMS, nesse caso, obtidos com a utilização dos métodos Villaverde e Jangid podem ser vistos na Tabela 13.

Tabela 13 - Parâmetros do AMS obtidos por Villaverde e Jangid.

|  | Villaverde         | Jangid– para 5 amortecedores | Jangid – para 2 amortecedores |
|--|--------------------|------------------------------|-------------------------------|
| <b>Massa do AMS (kg)</b>                                       | 1092,4             | 1092,4                       | 1092,4                        |
| <b>Rigidez do AMS (N/m)</b>                                    | $5,39 \times 10^5$ | $4,99 \times 10^5$           | $4,81 \times 10^5$            |
| <b>Amortecimento do AMS (Ns/m)</b>                             | $2,13 \times 10^4$ | $3,80 \times 10^3$           | $6,10 \times 10^3$            |
| <b>Frequência do AMS (Hz)</b>                                  | 3,5343             | 3,4033                       | 3,3382                        |
| <b>Taxa de Amortecimento do AMS - <math>\xi_{ótimo}</math></b> | 0,4386             | 0,0814                       | 0,1331                        |

Fonte: Arquivo Pessoal.

Novamente, para esse caso, a utilização dos MAMS com os parâmetros obtidos por Villaverde mostrou ser melhor opção do que a utilização de Jangid.

Tabela 14 - Resumo dos resultados do deslocamento, velocidade e aceleração no topo para a estrutura *shear building* com cinco pavimentos

|  | Sem Amortecedor       | Com 1 AMS no topo da estrutura | Com 1 AMS em cada pavimento – MAMS (Villaverde) | Com 2 AMS em paralelo no topo da estrutura – MAMS (Villaverde) |
|--|-----------------------|--------------------------------|---|--|
| <b>Deslocamento Máximo (m)</b>             | $2,10 \times 10^{-3}$ | $1,80 \times 10^{-3}$          | $2,10 \times 10^{-4}$                           | $1,90 \times 10^{-4}$  |
| <b>Velocidade Máxima (m/s)</b>             | $4,56 \times 10^{-2}$ | $3,89 \times 10^{-2}$          | $3,77 \times 10^{-2}$                           | $3,38 \times 10^{-2}$  |
| <b>Aceleração Máxima (m/s<sup>2</sup>)</b> | 1,21                  | 0,99                           | 0,72  | 0,74   |

Fonte: Arquivo Pessoal.

Através da análise da Tabela 14, percebe-se que os dois casos mais favoráveis são com a utilização de um AMS no topo da estrutura ou com a utilização de 2 AMS em paralelo no topo da estrutura. No primeiro caso, há uma redução de 14,29% no deslocamento máximo e 17,61% na aceleração máxima e, para o segundo caso essa redução é igual a 9,52% e 39,07% respectivamente. Como a redução na aceleração supera a redução no deslocamento, conclui-se que, para uma mesma importância na redução do deslocamento e da aceleração, a utilização de 2 AMS em paralelo no topo da estrutura se mostra mais adequada e a Figura 27 compara este caso com a estrutura sem o amortecedor sendo possível verificar a redução no deslocamento e na aceleração, respectivamente, ao longo do tempo.

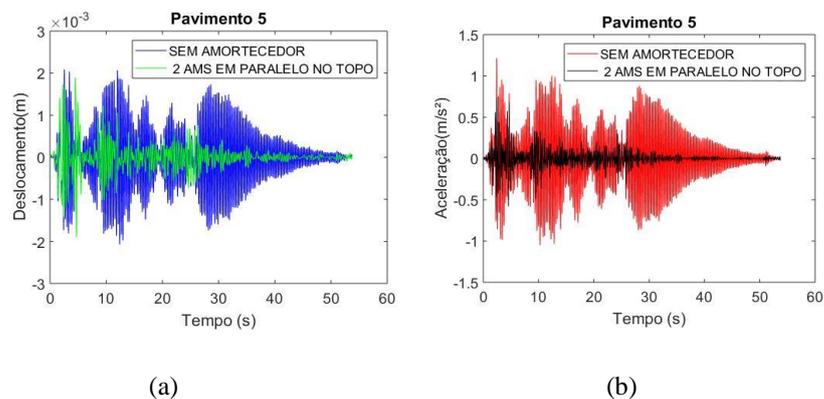


Figura 27 - Análise no domínio do tempo com relação aos (a) deslocamentos e (b) acelerações para a estrutura de cinco pavimentos sem amortecedor e com um amortecedor no topo da estrutura.

Fonte: Arquivo Pessoal.

Ainda, como forma de analisar a influência em todos os pavimentos da estrutura, através de cada método utilizado verifica-se, de acordo com a Figura 28, que a utilização de 1 AMS no topo da estrutura é semelhante a utilização de MAMS em paralelo no topo, apresentando maior vantagem apenas nos dois últimos pavimentos. Além disso, houve casos em que mesmo com a utilização de dispositivos de controle e com adoção de parâmetros ótimos, algumas disposições

aumentaram a resposta da estrutura como, por exemplo, ao seu utilizar o sistema MAMS com os parâmetros obtidos para Jangid.

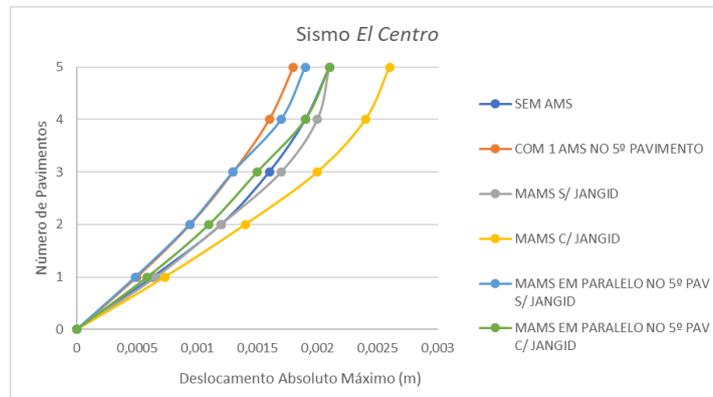


Figura 28 - Deslocamento absoluto máximo de acordo com o número de pavimentos da estrutura para cada um dos métodos utilizados para o *shear building* de cinco pavimentos submetido à carga sísmica.

Fonte: Arquivo Pessoal.

### 5.2.3 *Shear building* com 10 pavimentos.

A partir da análise modal realizada no modelo com dez pavimentos e, portanto, dez graus de liberdade, obtiveram-se os as frequências presentes na Tabela 15:

Tabela 15 - Frequências modais para a estrutura *shear building* com dez pavimentos.

|          |            |
|----------|------------|
| $f_1$    | 1,8558 Hz  |
| $f_2$    | 5,5161 Hz  |
| $f_3$    | 9,0739 Hz  |
| $f_4$    | 12,4171 Hz |
| $f_5$    | 15,4839 Hz |
| $f_6$    | 18,2048 Hz |
| $f_7$    | 20,5189 Hz |
| $f_8$    | 22,3748 Hz |
| $f_9$    | 23,7309 Hz |
| $f_{10}$ | 24,5568 Hz |

Fonte: Arquivo Pessoal.

Para a análise transiente foram obtidos os deslocamentos, velocidade e aceleração máximos apresentados na Tabela 16:

Tabela 16 - Deslocamento, velocidade e aceleração máximos para a estrutura *shear building* com dez pavimentos e sem inserção de amortecedores.

|  | Pav.1                 | Pav.2                 | Pav. 3                | Pav. 4                | Pav. 5                | Pav. 6                | Pav. 7                | Pav. 8                | Pav. 9                | Pav.10                |
|--|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b>Deslocamento Máximo (m)</b>             | $2,6 \times 10^{-3}$  | $5,00 \times 10^{-3}$ | $7,30 \times 10^{-3}$ | $9,40 \times 10^{-3}$ | $1,13 \times 10^{-2}$ | $1,29 \times 10^{-2}$ | $1,41 \times 10^{-2}$ | $1,51 \times 10^{-2}$ | $1,58 \times 10^{-2}$ | $1,61 \times 10^{-2}$ |
| <b>Velocidade Máxima (m/s)</b>             | $2,88 \times 10^{-2}$ | $5,65 \times 10^{-2}$ | $8,23 \times 10^{-2}$ | $1,05 \times 10^{-1}$ | $1,25 \times 10^{-1}$ | $1,45 \times 10^{-1}$ | $1,60 \times 10^{-1}$ | $1,73 \times 10^{-1}$ | $1,83 \times 10^{-1}$ | $1,88 \times 10^{-1}$ |
| <b>Aceleração Máxima (m/s<sup>2</sup>)</b> | 0,55                  | 0,97                  | 1,30                  | 1,55                  | 1,74                  | 1,80                  | 1,90                  | 2,03                  | 2,19                  | 2,31                  |

Fonte: Arquivo Pessoal.

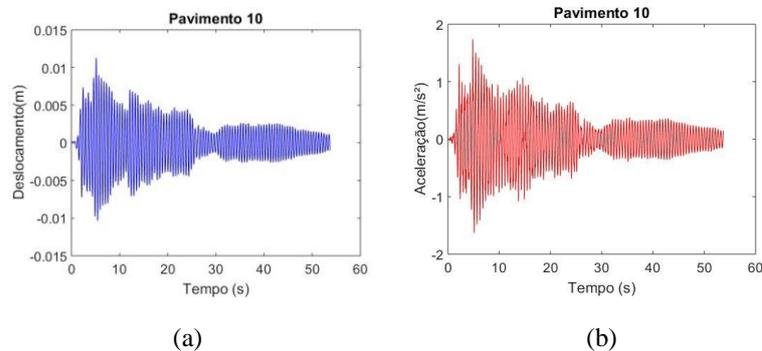


Figura 29 - Respostas de (a) deslocamento e (b) aceleração da estrutura em função do tempo no décimo pavimento sem a inserção de amortecedores.

Fonte: Arquivo Pessoal.

Para esse caso, a relação de massas utilizada foi  $\mu = 0,15$  pois dentro da faixa de análise apresentou o menor deslocamento, conforme pode ser observado na Figura 30. Com o intuito de verificar a partir de que valor de  $\mu$  os deslocamentos voltavam a aumentar, estendeu-se a análise até uma relação de 0,50 e percebeu-se que até esse ponto a tendência de diminuição foi contínua.

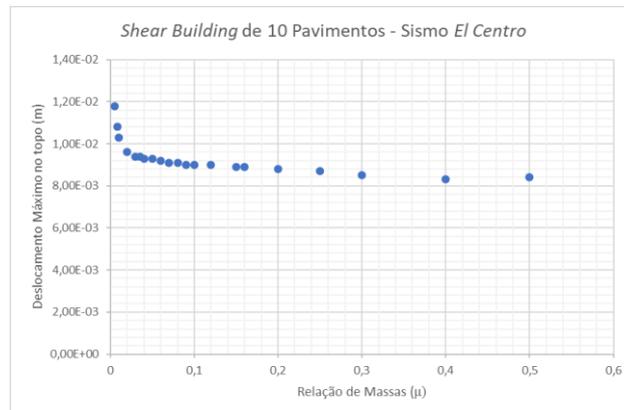


Figura 30 - Deslocamento máximo no topo do edifício de dez pavimentos, com um amortecedor no topo, em função da relação de massas  $\mu$ .

Fonte: Arquivo Pessoal.

Os parâmetros do AMS, nesse caso, obtidos com a utilização dos métodos Villaverde e Jangid podem ser vistos na Tabela 17.

Tabela 17 - Parâmetros do AMS obtidos por Villaverde e Jangid.

|  | Villaverde         | Jangid– para 10 amortecedores | Jangid – para 2 amortecedores |
|--|--------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| <b>Massa do AMS (kg)</b>                                       | 2632,08            | 2632,08                       | 2632,08                       |
| <b>Rigidez do AMS (N/m)</b>                                    | $3,58 \times 10^5$ | $3,31 \times 10^5$            | $3,10 \times 10^5$            |
| <b>Amortecimento do AMS (Ns/m)</b>                             | $3,04 \times 10^4$ | $4,24 \times 10^3$            | $8,52 \times 10^3$            |
| <b>Frequência do AMS (Hz)</b>                                  | 1,8559             | 1,7845                        | 1,7283                        |
| <b>Taxa de Amortecimento do AMS - <math>\xi_{ótimo}</math></b> | 0,50               | 0,072                         | 0,15                          |

Fonte: Arquivo Pessoal.

A utilização dos MAMS com os parâmetros obtidos por Villaverde mostrou ser melhor opção do que a utilização de Jangid para o caso em que há um amortecedor em cada pavimento. Já para os dois AMS em paralelo localizados no topo da estrutura a utilização dos parâmetros de Jangid retornou uma resposta satisfatória.

Tabela 18 - Resumo dos resultados do deslocamento, velocidade e aceleração no topo para a estrutura *shear building* com dez pavimentos.

|  | Sem Amortecedor       | Com 1 AMS no topo da estrutura | Com 1 AMS em cada pavimento – MAMS (Villaverde) | Com 2 AMS em paralelo no topo da estrutura – MAMS (Jangid) |
|--|-----------------------|--------------------------------|---|--|
| <b>Deslocamento Máximo (m)</b>             | $1,61 \times 10^{-2}$ | $8,9 \times 10^{-3}$           | $1,04 \times 10^{-2}$                           | $7,5 \times 10^{-3}$                                       |
| <b>Velocidade Máxima (m/s)</b>             | 0,19                  | $8,84 \times 10^{-2}$          | $8,10 \times 10^{-2}$                           | $5,36 \times 10^{-2}$                                      |
| <b>Aceleração Máxima (m/s<sup>2</sup>)</b> | 2,31                  | 1,23                           | 0,78  | 0,83   |

Fonte: Arquivo Pessoal.

Considerando os valores da Tabela 18, percebe-se que há um caso predominantemente favorável sendo este com a utilização de dois AMS em paralelo no topo da estrutura. Nesse caso, há uma redução de 53,42% no deslocamento máximo e 64,07% na aceleração máxima e, dessa forma, a utilização de 2 AMS em paralelo no topo da estrutura se mostra mais adequada.

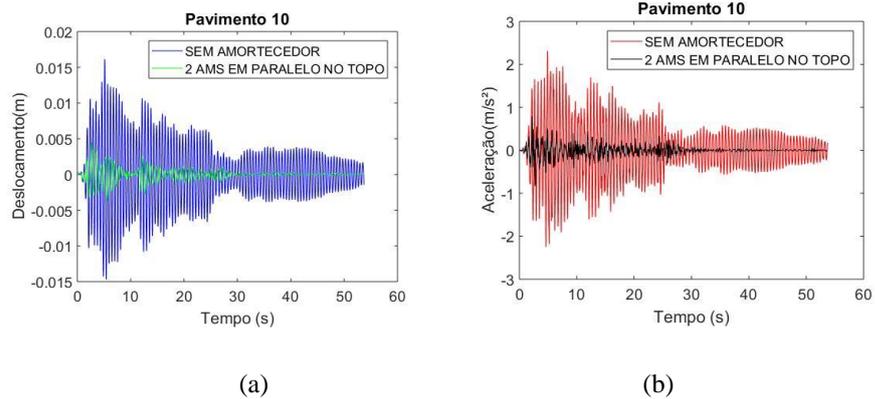


Figura 31 - Análise no domínio do tempo com relação aos (a) deslocamentos e (b) acelerações para a estrutura de dez pavimentos sem amortecedor e com dois amortecedores em paralelo no topo da estrutura.

Fonte: Arquivo Pessoal.

Ainda, como forma de analisar a influência em todos os pavimentos da estrutura, através de cada método utilizado verifica-se, de acordo com a Figura 32, que a utilização de AMS em paralelo no topo da estrutura com o método Jangid mostra-se bastante eficaz sendo, aproximadamente semelhante para o mesmo cenário sem a utilização de Jangid. Além disso, não houve nenhum caso em que o cenário provocou aumento das respostas se comparados com o sistema sem amortecedor.

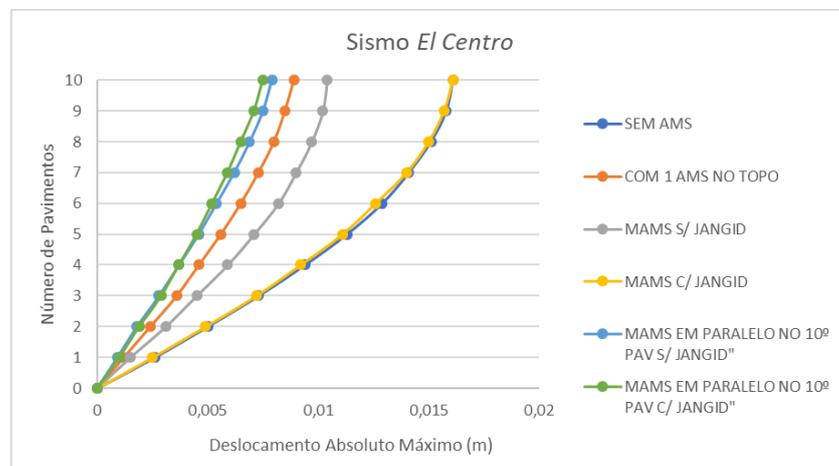


Figura 32 - Deslocamento absoluto máximo de acordo com o número de pavimentos da estrutura para cada um dos métodos utilizados para o *shear building* de dez pavimentos submetido à carga sísmica

Fonte: Arquivo Pessoal.

### 5.3 ANÁLISE DA ESTRUTURA SUBMETIDA AO CARREGAMENTO HARMÔNICO DEVIDO À UMA MÁQUINA ROTATIVA DESBALANCEADA.

#### 5.3.1 *Shear Building* com 2 pavimentos.

Através da análise modal obtiveram-se os seguintes valores para as frequências  $f_1 = 7,3749 \text{ Hz}$  e  $f_2 = 18,4084 \text{ Hz}$ . A frequência fundamental  $f_1$ , nesse caso, difere consideravelmente da frequência de excitação da máquina  $\bar{f} = 2,55 \text{ Hz}$ . Esse fato pode, portanto, influenciar no desempenho das respostas transientes da estrutura equipada com AMS ou MAMS.

As repostas de deslocamento, aceleração e velocidade máxima da estrutura sem amortecedor estão descritas na Tabela 19:

Tabela 19 - Deslocamento, velocidade e aceleração máximos para a estrutura *shear building* com dois pavimentos e sem inserção de amortecedores.

|  | Pavimento 1           | Pavimento 2           |
|--|-----------------------|-----------------------|
| <b>Deslocamento Máximo (m)</b>             | $7,20 \times 10^{-3}$ | $8,50 \times 10^{-3}$ |
| <b>Velocidade Máxima (m/s)</b>             | 0,18                  | 0,21                  |
| <b>Aceleração Máxima (m/s<sup>2</sup>)</b> | 11,03                 | 7,89                  |

Fonte: Arquivo Pessoal

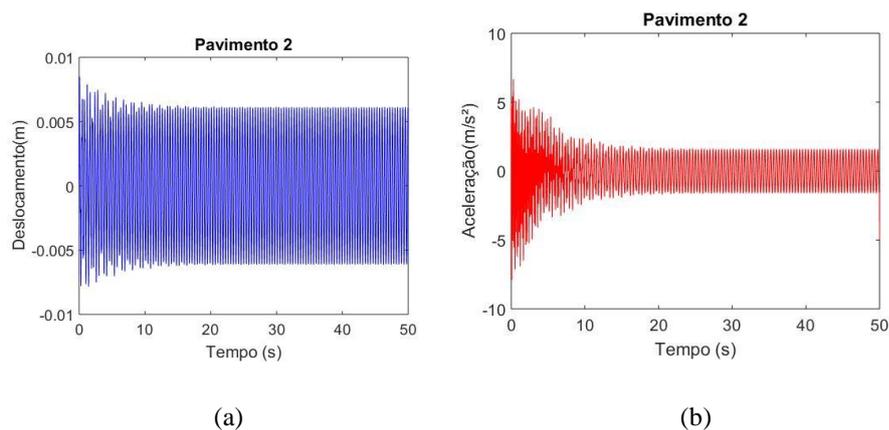


Figura 33 - Respostas de (a) deslocamento e (b) aceleração da estrutura em função do tempo no segundo pavimento sem a inserção de amortecedores.

Fonte: Arquivo Pessoal.

Para esse caso, com relação a determinação da razão entre as massas verificou-se que para o intervalo adotado, à medida que se aumentava a relação de massas, o deslocamento máximo no topo diminuía continuamente. Como forma de verificar se em algum ponto para

uma relação alta de massas os deslocamentos voltariam a aumentar, extrapolou-se a análise até  $\mu = 0,40$ . No entanto, foi adotado o valor dentro do limite considerado para o estudo. Dessa forma, admitiu-se  $\mu = 0,15$ .

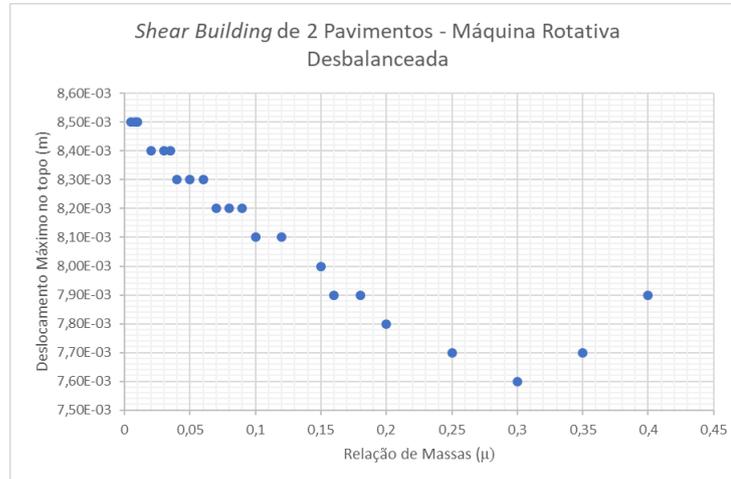


Figura 34 - Deslocamento máximo no topo do edifício de dois pavimentos, com um amortecedor no topo, em função da relação de massas  $\mu$ .

Fonte: Arquivo Pessoal.

Os parâmetros do AMS, nesse caso, obtidos com a utilização dos métodos Den Hartog e Jangid podem ser vistos na Tabela 20.

Tabela 20 - Parâmetros do AMS obtidos por Den Hartog e Jangid.

|   | <b>Den Hartog</b>  | <b>Jangid</b>      |
|---|--------------------|--------------------|
| <b>Massa do AMS (kg)</b>  | 678,64             | 678,64             |
| <b>Rigidez do AMS (N/m)</b>   | $1,10 \times 10^6$ | $1,26 \times 10^5$ |
| <b>Amortecimento do AMS (Ns/m)</b>                                    | $1,05 \times 10^4$ | $8,73 \times 10^3$ |
| <b>Frequência do AMS (Hz)</b>   | 6,4129             | 6,8680             |
| <b>Taxa de Amortecimento do AMS - <math>\xi_{\text{ótimo}}</math></b> | 0,19               | 0,15               |

Fonte: Arquivo Pessoal.

Para esse caso, no cenário em que os AMSM estão dispostos verticalmente se mostraram mais adequados os parâmetros obtidos pelo critério de Jangid, já para AMSM em paralelo no topo da estrutura a utilização dos parâmetros dados por Jangid não se mostrou mais eficiente que aqueles com a utilização dos parâmetros obtidos por Den Hartog.

Tabela 21- Resumo dos resultados do deslocamento, velocidade e aceleração no topo para a estrutura *shear building* com dois pavimentos.

|  | Sem Amortecedor       | Com 1 AMS no topo da estrutura | Com 1 AMS em cada pavimento – MAMS (Jangid) | Com 2 AMS em paralelo no topo da estrutura – MAMS (Den Hartog) |
|--|-----------------------|--------------------------------|---|--|
| <b>Deslocamento Máximo (m)</b>             | $8,50 \times 10^{-3}$ | $8,0 \times 10^{-3}$           | $7,8 \times 10^{-3}$                        | $8,0 \times 10^{-3}$   |
| <b>Velocidade Máxima (m/s)</b>             | 0,21                  | 0,15                           | 0,15  | 0,16   |
| <b>Aceleração Máxima (m/s<sup>2</sup>)</b> | 7,89                  | 6,35                           | 5,48  | 4,75   |

Fonte: Arquivo Pessoal.

Analisando os resultados expostos na Tabela 21, percebe-se que há dois casos que apresentam melhores resultados: com a utilização de um AMS em cada pavimento da estrutura, e com a utilização de dois AMS em paralelo no topo da estrutura. No primeiro e no segundo caso há uma redução de, respectivamente, 8,23% e 5,88% no deslocamento máximo e, para a aceleração máxima, 30,54% e 39,79%. Dessa forma, analisando com relação ao valor do percentual de redução para os dois casos independentemente de priorizar aceleração ou deslocamento, a utilização de dois AMS em paralelo no topo da estrutura se mostra mais eficiente. Embora, caso se esteja em busca de uma relação mais eficiente quanto à redução do deslocamento em detrimento da aceleração, a escolha seria a utilização de um AMS em cada pavimento visto que o percentual de redução foi maior.

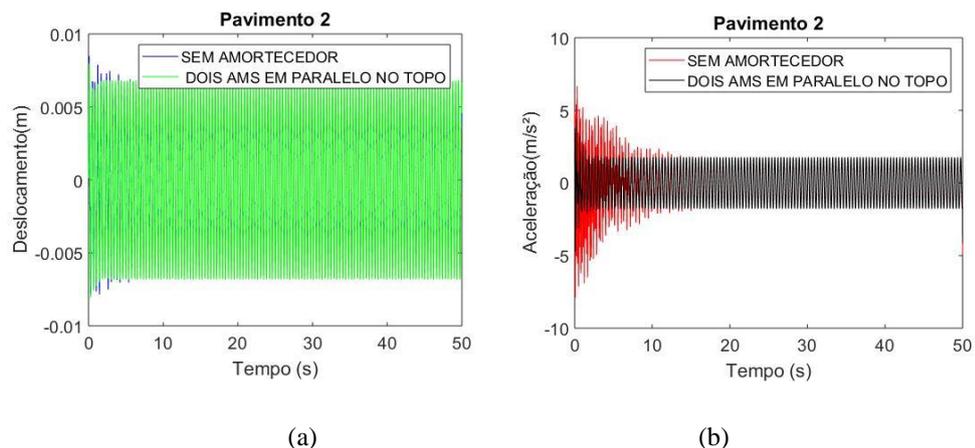


Figura 35 - Análise no domínio do tempo com relação aos (a) deslocamentos e (b) acelerações para a estrutura de dois pavimentos sem amortecedor e com dois amortecedores em paralelo no topo da estrutura – AMSM dispostos horizontalmente.

Fonte: Arquivo Pessoal.

Observando a Figura 35 é possível concluir que a redução dos deslocamentos é bastante sutil podendo ser vista apenas no início do intervalo de tempo, e para as acelerações a redução

é mais evidente e ocorre nos primeiros 20 segundos aproximadamente. E, de acordo com a Figura 36 percebe-se que nenhum dos cenários piora a condição dinâmica da estrutura e, nesse caso, apresentaram comportamento muito próximo e, com a utilização de um amortecedor em cada pavimento, o resultado para o deslocamento máximo foi igual tanto com a utilização do critério de Den Hartog como de Jangid e, o mesmo ocorreu, com os resultados referentes a um AMS no topo e dois AMS no topo com o critério de Den Hartog.

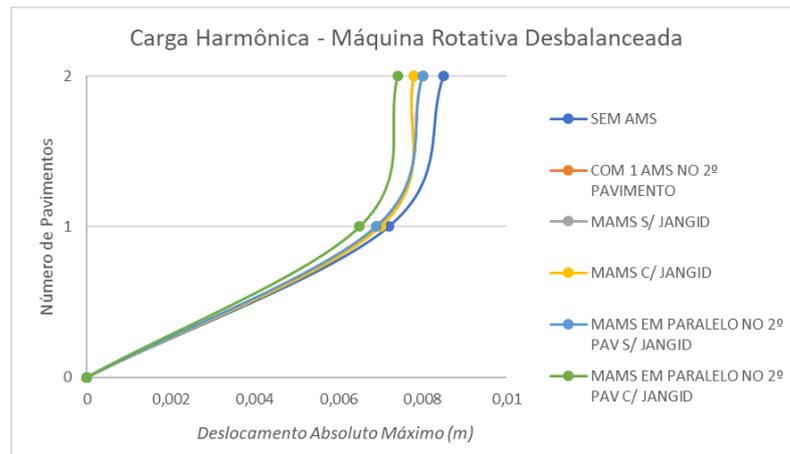


Figura 36 - Deslocamento absoluto máximo de acordo com o número de pavimentos da estrutura para cada um dos métodos utilizados para o *shear building* de dois pavimentos submetido à carga harmônica.

Fonte: Arquivo Pessoal.

### 5.3.2 *Shear Building* com 5 pavimentos.

Com a análise modal obtiveram-se os valores para as frequências  $f = 3,5193 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 9,9928 \text{ Hz}$ ,  $f_3 = 15,4749 \text{ Hz}$ ,  $f_4 = 20,2258 \text{ Hz}$  e  $f_5 = 23,6158 \text{ Hz}$ . Com isso, a frequência fundamental da estrutura se aproximou mais da frequência de excitação do carregamento. Para as repostas de deslocamento, aceleração e velocidade da estrutura sem amortecimento foram obtidos os resultados expostos na Tabela 22:

Tabela 22 - Deslocamento, velocidade e aceleração máximos para a estrutura *shear building* com cinco pavimentos e sem inserção de amortecedores.

|  | Pavimento 1           | Pavimento 2           | Pavimento 3           | Pavimento 4           | Pavimento 5           |
|--|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b>Deslocamento Máximo (m)</b>             | $1,04 \times 10^{-2}$ | $1,49 \times 10^{-2}$ | $1,87 \times 10^{-2}$ | $2,12 \times 10^{-2}$ | $2,26 \times 10^{-2}$ |
| <b>Velocidade Máxima (m/s)</b>             | 0,21                  | 0,29                  | 0,34                  | 0,38                  | 0,42                  |
| <b>Aceleração Máxima (m/s<sup>2</sup>)</b> | 11,15                 | 6,66                  | 7,83                  | 8,53                  | 9,82                  |

Fonte: Arquivo Pessoal

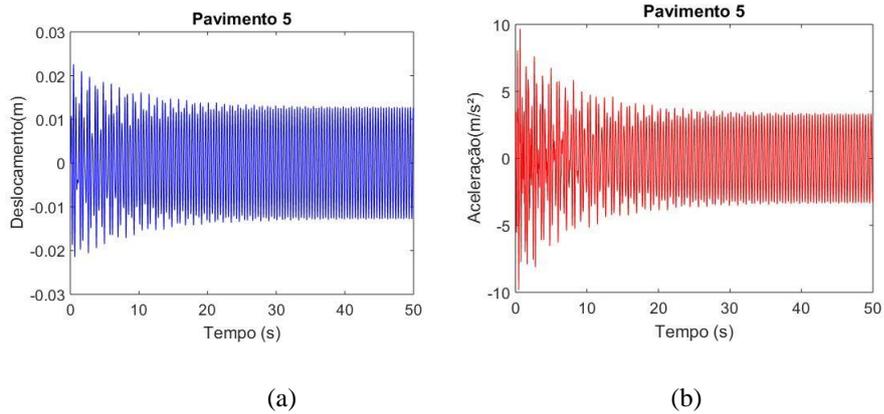


Figura 37 - Respostas de (a) deslocamento e (b) aceleração da estrutura em função do tempo no quinto pavimento sem a inserção de amortecedores.

Fonte: Arquivo Pessoal.

Diferentemente do que ocorreu para a estrutura com dois pavimentos, no caso presente, a relação de massas  $\mu$  obtida foi bem menor, mesmo com o aumento do porte da estrutura. Dessa forma, o valor mínimo do deslocamento máximo no topo foi encontrado para  $\mu = 0,04$ .

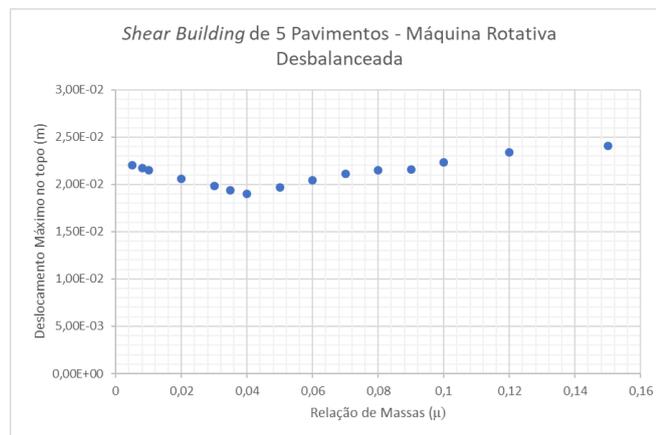


Figura 38 - Deslocamento máximo no topo do edifício de cinco pavimentos, com um amortecedor no topo, em função da relação de massas  $\mu$ .

Fonte: Arquivo Pessoal.

Os parâmetros do AMS, obtidos com a utilização dos métodos Den Hartog e Jangid podem ser vistos na Tabela 23.

Tabela 23 - Parâmetros do AMS obtidos por Den Hartog e Jangid.

|   | <b>Den Hartog</b>  | <b>Jangid – para 5 amortecedores</b> | <b>Jangid – para 2 amortecedores</b> |
|---|--------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| <b>Massa do AMS (kg)</b>  | 474,23             | 474,23                               | 474,23                               |
| <b>Rigidez do AMS (N/m)</b>   | $2,10 \times 10^5$ | $2,26 \times 10^5$                   | $2,23 \times 10^5$                   |
| <b>Amortecimento do AMS (Ns/m)</b>                                    | $2,54 \times 10^3$ | $9,55 \times 10^2$                   | $1,59 \times 10^3$                   |
| <b>Frequência do AMS (Hz)</b>   | 3,3518             | 3,4770                               | 3,4531                               |
| <b>Taxa de Amortecimento do AMS - <math>\xi_{\text{ótimo}}</math></b> | 0,13               | 0,05                                 | 0,08                                 |

Fonte: Arquivo Pessoal.

Nessa configuração, tanto no cenário em que os AMSM estão dispostos verticalmente como horizontalmente, se mostraram mais adequados os parâmetros obtidos pelo critério de Den Hartog.

Tabela 24 - Resumo dos resultados do deslocamento, velocidade e aceleração no topo para a estrutura shear building com cinco pavimentos.

|  | <b>Sem Amortecedor</b> | <b>Com 1 AMS no topo da estrutura</b> | <b>Com 1 AMS em cada pavimento – MAMS (Den Hartog)</b> | <b>Com 2 AMS em paralelo no topo da estrutura – MAMS (Jangid)</b> |
|--|------------------------|---------------------------------------|--|---|
| <b>Deslocamento Máximo (m)</b>             | $2,26 \times 10^{-2}$  | $1,9 \times 10^{-2}$                  | $3,23 \times 10^{-2}$                                  | $2,53 \times 10^{-2}$   |
| <b>Velocidade Máxima (m/s)</b>             | 0,42                   | 0,36                                  | 0,53   | 0,42  |
| <b>Aceleração Máxima (m/s<sup>2</sup>)</b> | 9,82                   | 7,50                                  | 9,12   | 8,04  |

Fonte: Arquivo Pessoal.

Como pode ser observado, a partir dos valores apresentados na Tabela 24, a situação que forneceu melhor resultado foi a de um AMS localizado no topo da estrutura. Nesse caso, há uma redução de 15,93% no deslocamento máximo e 23,63% na aceleração máxima e, dessa forma, a utilização apenas um AMS no topo da estrutura se mostra eficiente dentre os cenários descritos.

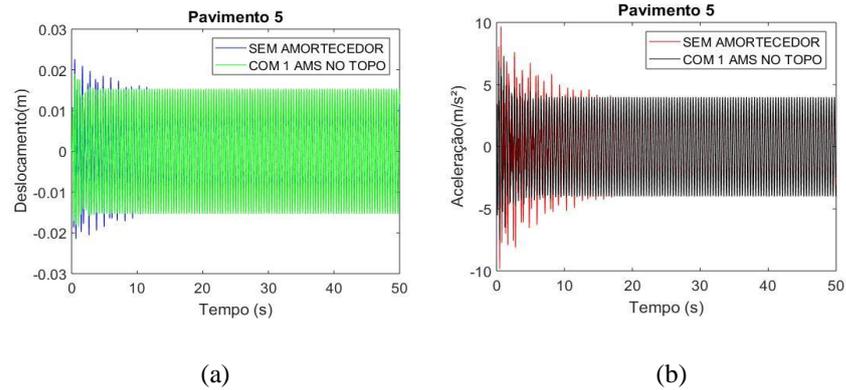


Figura 39 - Análise no domínio do tempo com relação aos (a) deslocamentos e (b) acelerações para a estrutura de cinco pavimentos sem amortecedor e com um amortecedor no topo da estrutura.

Fonte: Arquivo Pessoal.

E, através da Figura 40, é possível confirmar o resultado da Tabela 24 nos quais é possível verificar que apenas o cenário para o amortecedor localizado no topo mostra-se totalmente eficaz enquanto todos os outros atuam de forma indesejada na estrutura, aumentando a amplitude das respostas dinâmicas.

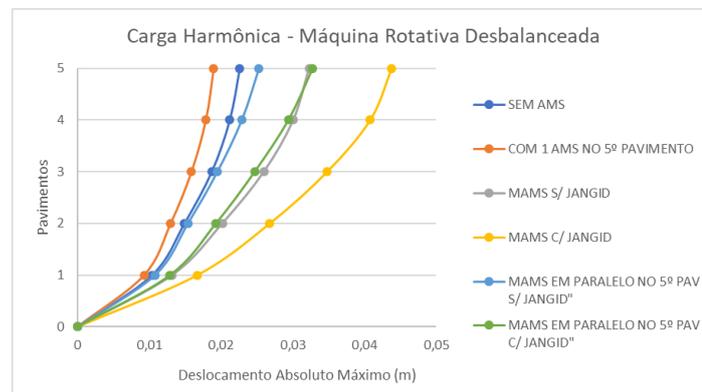


Figura 40 - Deslocamento máximo normalizado de acordo com o número de pavimentos da estrutura para cada um dos métodos utilizados para o *shear building* de cinco pavimentos submetido à carga harmônica.

Fonte: Arquivo Pessoal.

### 5.3.3 *Shear Building* com 10 pavimentos.

Para essa configuração da estrutura existem dez graus de liberdade resultando, portanto, em dez frequências e modos de vibração. Através da análise modal pôde-se obter, para o presente caso, as frequências indicadas na Tabela 25:

Tabela 25 - Frequências modais para a estrutura *shear building* com dez pavimentos.

|          |            |
|----------|------------|
| $f_1$    | 1,8547 Hz  |
| $f_2$    | 5,4963 Hz  |
| $f_3$    | 8,9480 Hz  |
| $f_4$    | 12,1400 Hz |
| $f_5$    | 15,0785 Hz |
| $f_6$    | 17,7731 Hz |
| $f_7$    | 20,1610 Hz |
| $f_8$    | 22,1391 Hz |
| $f_9$    | 23,6158 Hz |
| $f_{10}$ | 24,5265 Hz |

Fonte: Arquivo Pessoal.

E, com relação à análise transiente foram obtidos valores de deslocamento, velocidade e aceleração máxima:

Tabela 26 - Deslocamento, velocidade e aceleração máximos para a estrutura *shear building* com dez pavimentos e sem inserção de amortecedores.

|  | Pav.1                 | Pav.2                 | Pav.3                 | Pav.4                 | Pav.5                 | Pav.6                 | Pav.7                 | Pav.8                 | Pav.9                 | Pav.10                |
|--|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b>Deslocamento Máximo (m)</b>             | $5,20 \times 10^{-3}$ | $5,30 \times 10^{-3}$ | $5,70 \times 10^{-3}$ | $8,60 \times 10^{-3}$ | $1,10 \times 10^{-2}$ | $1,33 \times 10^{-2}$ | $1,54 \times 10^{-2}$ | $1,69 \times 10^{-2}$ | $1,79 \times 10^{-2}$ | $1,85 \times 10^{-2}$ |
| <b>Velocidade Máxima (m/s)</b>             | 0,14                  | 0,10                  | 0,10                  | 0,12                  | 0,15                  | 0,20                  | 0,23                  | 0,24                  | 0,29                  | 0,30                  |
| <b>Aceleração Máxima (m/s<sup>2</sup>)</b> | 10,38                 | 3,29                  | 3,56                  | 3,33                  | 4,18                  | 3,75                  | 3,93                  | 4,64                  | 5,14                  | 5,40                  |

Fonte: Arquivo Pessoal.

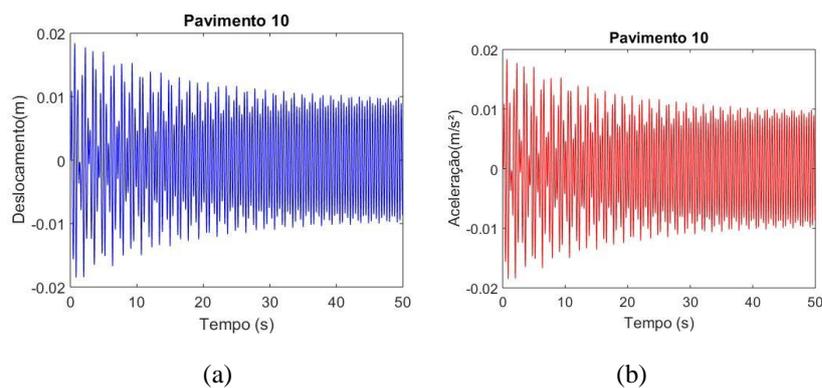


Figura 41 - Respostas de (a) deslocamento e (b) aceleração da estrutura em função do tempo no décimo pavimento sem a inserção de amortecedores.

Fonte: Arquivo Pessoal.

Para esse caso, a relação de massas utilizada foi  $\mu = 0,10$  pois dentro da faixa de análise resulta no menor deslocamento.

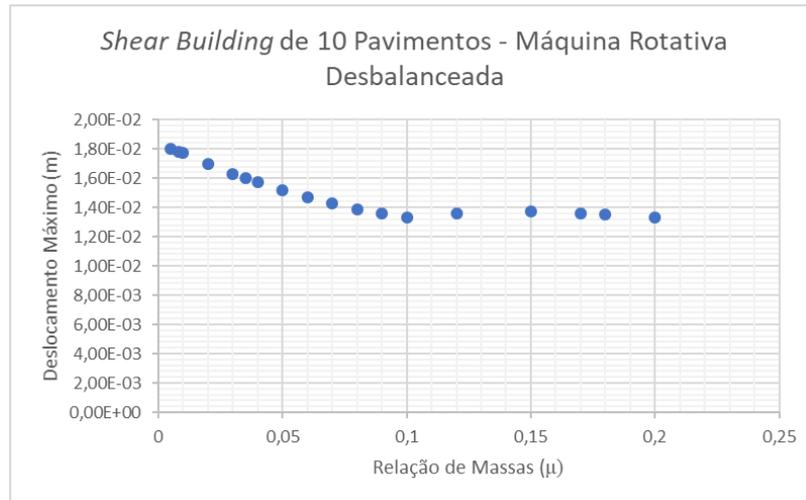


Figura 42 - Deslocamento máximo no topo do edifício de dez pavimentos, com um amortecedor no topo, em função da relação de massas  $\mu$ .

Fonte: Arquivo Pessoal.

Os parâmetros do AMS, nesse caso, obtidos com a utilização dos métodos Den Hartog e Jangid podem ser vistos na Tabela 27.

Tabela 27 - Parâmetros do AMS obtidos por Den Hartog e Jangid.

|  | Den Hartog         | Jangid – para 10 amortecedores | Jangid – para 2 amortecedores |
|--|--------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| <b>Massa do AMS (kg)</b>                                       | 1776,80            | 1776,80                        | 1776,80                       |
| <b>Rigidez do AMS (N/m)</b>                                    | $1,99 \times 10^5$ | $2,29 \times 10^5$             | $2,19 \times 10^5$            |
| <b>Amortecimento do AMS (Ns/m)</b>                             | $6,32 \times 10^3$ | $2,28 \times 10^3$             | $4,80 \times 10^3$            |
| <b>Frequência do AMS (Hz)</b>                                  | 1,6861             | 1,8080                         | 1,7685                        |
| <b>Taxa de Amortecimento do AMS - <math>\xi_{ótimo}</math></b> | 0,17               | 0,06                           | 0,12                          |

Fonte: Arquivo Pessoal.

A utilização dos MAMS com os parâmetros obtidos por Den Hartog mostrou ser melhor opção do que a utilização de Jangid.

Tabela 28 - Resumo dos resultados do deslocamento, velocidade e aceleração no topo para a estrutura *shear building* com dez pavimentos.

|  | Sem Amortecedor       | Com 1 AMS no topo da estrutura | Com 1 AMS em cada pavimento – MAMS (Den Hartog) | Com 2 AMS em paralelo no topo da estrutura – MAMS (Den Hartog) |
|--|-----------------------|--------------------------------|---|--|
| <b>Deslocamento Máximo (m)</b>             | $1,85 \times 10^{-2}$ | $1,33 \times 10^{-2}$          | $8,4 \times 10^{-3}$                            | $1,47 \times 10^{-2}$  |
| <b>Velocidade Máxima (m/s)</b>             | 0,30                  | 0,25                           | 0,13  | 0,22   |
| <b>Aceleração Máxima (m/s<sup>2</sup>)</b> | 5,40                  | 5,22                           | 4,09  | 5,04   |

Fonte: Arquivo Pessoal.

Através da análise da Tabela 28, percebe-se que há um caso predominantemente favorável sendo este com a utilização de um AMS em cada pavimento da estrutura. Nesse caso, há uma redução de 54,59% no deslocamento máximo e 24,26% na aceleração máxima e, dessa forma, a utilização de um AMS em cada pavimento da estrutura se mostra mais adequada.

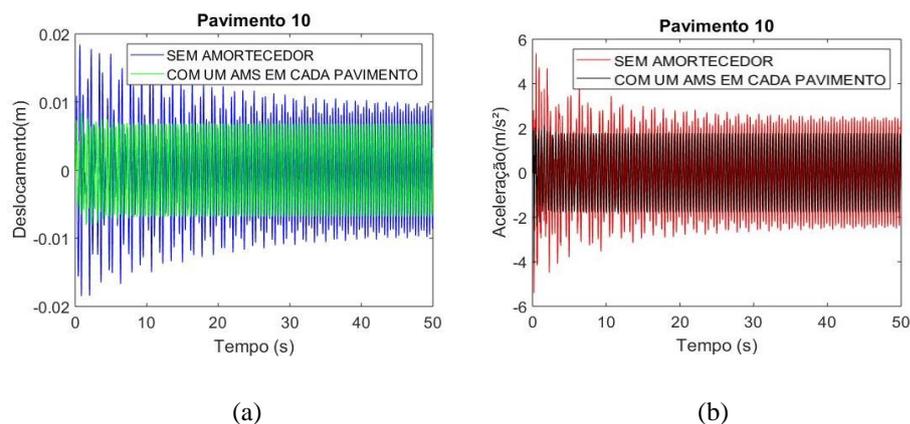


Figura 43 - Análise no domínio do tempo com relação aos (a) deslocamentos e (b) acelerações para a estrutura de dez pavimentos sem amortecedor e com um amortecedor em cada pavimento da estrutura.

Fonte: Arquivo Pessoal.

Diferentemente dos casos anteriores, pode-se perceber que nesse caso há redução em um intervalo de tempo maior, mais especificamente, ao longo do intervalo de tempo de atuação da excitação, pois nos casos anteriores havia apenas uma pequena redução em um curto intervalo de tempo.

Ainda, como forma de analisar a influência em todos os pavimentos da estrutura, através de cada método utilizado verifica-se, de acordo com a Figura 44, que a utilização de MAMS com um AMS em cada pavimento da estrutura pela utilização do critério de Den Hartog mostra-se bastante eficaz se comparado aos outros casos.

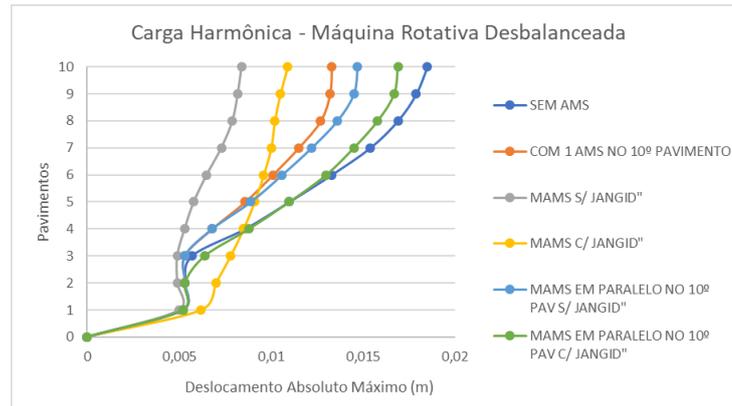


Figura 44 - Deslocamento absoluto máximo de acordo com o número de pavimentos da estrutura para cada um dos métodos utilizados para o *shear building* de dez pavimentos submetido à carga harmônica.

Fonte: Arquivo Pessoal.

E, por meio da Tabela 29 é possível verificar todo o resumo dos resultados mais eficientes dentre todas as configurações e carregamentos utilizados.

Tabela 29 - Resumo dos resultados mais eficientes dentre os estudos de caso considerados para as diversas configurações da estrutura.

|                                       | Número de pavimentos do <i>Shear Building</i> | Deslocamento máximo no topo (m) |                       | Redução com relação ao deslocamento máximo | Aceleração máxima no topo (m/s <sup>2</sup> ) |                     | Redução com relação à aceleração máxima | Descrição da solução                       |
|---------------------------------------|---|---------------------------------|-----------------------|--|---|---------------------|---|--|
|                                       |   | Estrutura sem AMS               | Solução mais eficaz   |  | Estrutura sem AMS                             | Solução mais eficaz |   |  |
| <b>Sismo <i>El Centro</i></b>         | 2   | $5,28 \times 10^{-4}$           | $2,84 \times 10^{-4}$ | 46,21%                                     | 1,16  | 0,56                | 51,72%                                  | AMS único instalado no topo                |
|                                       | 5   | $2,10 \times 10^{-3}$           | $1,90 \times 10^{-3}$ | 9,52%                                      | 1,21  | 0,74                | 38,84%                                  | 2 AMS em paralelo instalados no topo       |
|                                       | 10  | $1,61 \times 10^{-2}$           | $7,50 \times 10^{-3}$ | 53,42%                                     | 2,31  | 0,74                | 67,97%                                  | 2 AMS em paralelo instalados no topo       |
| <b>Máquina rotativa desbalanceada</b> | 2   | $8,50 \times 10^{-3}$           | $8,00 \times 10^{-3}$ | 5,88%                                      | 7,89  | 4,75                | 39,80%                                  | 2 AMS em paralelo instalados no topo       |
|                                       | 5   | $2,26 \times 10^{-2}$           | $1,90 \times 10^{-2}$ | 15,93%                                     | 9,82  | 7,5                 | 23,63%                                  | AMS único instalado no topo                |
|                                       | 10  | $1,85 \times 10^{-2}$           | $8,40 \times 10^{-3}$ | 54,59%                                     | 5,4   | 4,09                | 24,26%                                  | AMS único instalado em todos os pavimentos |

Fonte: Arquivo Pessoal

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse trabalho foi desenvolvida uma análise do controle de vibrações de pórticos planos modelados como sistemas do tipo *shear building* e sujeitos a ações sísmicas e harmônicas. Para a absorção das vibrações utilizou-se o sistema de controle passivo do tipo amortecedor de massa sintonizado (AMS), conhecido também por *Tuned Mass Dampers* (TMD). A partir disso, foi possível mostrar a importância do estudo dinâmico, visto a grande utilização de estruturas cada vez mais esbeltas e flexíveis e, conseqüentemente, com maior probabilidade de comprometimento do seu estado de limite último e de serviço devido às vibrações induzidas por excitações dinâmicas. Realizou-se também uma breve revisão bibliográfica de forma a mostrar a importância e confirmar que se trata, na atualidade, de um tema com grande evidência. Além disso, com a fundamentação teórica pôde-se demonstrar, de maneira explícita, as formulações matemáticas e as bases teóricas necessárias para o entendimento e desenvolvimento da problemática em questão.

Através dessa análise realizada para os diferentes cenários descritos na metodologia, pode-se fazer algumas considerações, tais como:

- A definição do número de amortecedores, seu posicionamento e a maneira de obtenção dos seus parâmetros constituem em uma etapa primordial no projeto de amortecedores de massa sintonizados para que, dessa forma, ocorra a melhoria do desempenho do sistema de controle.
- Para o controle de vibrações de qualquer estrutura, deve-se realizar uma análise específica e detalhada, pois como pôde-se observar no presente trabalho, até mesmo para estruturas com porte idêntico há soluções e metodologias diferenciadas apenas pela modificação da excitação externa.
- Pôde-se perceber que, nos diversos cenários do presente trabalho, foram obtidas respostas diferenciadas para uma mesma situação imposta apenas pela alteração na quantidade, disposição e ligação dos AMS. Conclui-se, portanto, que a eficiência de um amortecedor de massa sintonizado é sensível a toda e qualquer operação, seja o seu posicionamento ou quantidade.
- As metodologias descritas por Den Hartog, Villaverde e Jangid foram obtidas mediante condições específicas de carregamento, quantidade e disposição dos amortecedores, por isso, os parâmetros fornecidos por estes podem não ser os mais adequados, apesar de terem fornecido respostas satisfatórias de acordo com o objetivo do estudo. Para

solucionar esta limitação, surge a necessidade da utilização de metodologias adequadas e bem definidas.

- Para a obtenção do melhor custo-benefício do projeto de AMS, há uma gama de análises a serem realizadas e deve-se, inevitavelmente, fazer uso de métodos de otimização de forma que se obtenha uma calibração ótima dos parâmetros, uma vez que estes devem ser adaptados à situação a qual a estrutura está submetida.

Portanto, através dos estudos de caso realizados foi possível mostrar a viabilidade da utilização de amortecedores de massa sintonizados para o controle de vibrações. E, além disso, pode-se concluir que a metodologia desenvolvida para a análise dinâmica das estruturas analisadas no trabalho foi bastante efetiva, pois foi possível alcançar os objetivos estabelecidos e definir uma solução eficaz para os cenários analisados no trabalho.

E, por fim, para trabalhos futuros sugere-se: a realização da análise no domínio da frequência, o estudo e a aplicação de métodos de otimização a fim de se obter a solução com eficácia global do sistema, realizar o estudo para estruturas em duas e três dimensões a fim de se comparar as respostas com as obtidas no presente trabalho através da utilização da simplificação *shear building*, estender o estudo realizado com a utilização de outros tipos de dispositivos de controle estrutural.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, Lorena da Silva. **CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM EDIFÍCIOS ALTOS SUJEITOS A VENTO OU TERREMOTO**. 2015. 134 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2015.

ARRUDA, L. S.; PRATES, S. **Estudo da Estabilidade Numérica do Método de Newmark através da Análise de uma Estrutura do tipo Shear Building**. Escola Politécnica de Engenharia Civil - Universidade de São Paulo (USP). São Paulo, 2017.

BENEVELI, Suzana Moreira Avila. **Controle Híbrido para Atenuação de Vibrações em Edifícios**. 2002. 256 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.

BOSSE, Rúbia Mara. **DESEMPENHO DE TMDS EM EDIFÍCIOS SUBMETIDOS A TERREMOTOS**. 2017. 127 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2017.

BRASIL, Reyolando M. L. R. F.; SILVA, Marcelo Araujo da. **INTRODUÇÃO À DINÂMICA DAS ESTRUTURAS PARA A ENGENHARIA CIVIL**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2015. 270 p.

BREDA, J. C. O.; ROCHA, K. B.; BOLELLI, P. M. **Estudo da Dinâmica em um pórtico com o auxílio do Matlab**. Instituto Mauá de Tecnologia. São Paulo, 2017.

CARLISLE, Meaghan. *Experimental Investigations into a Passive Auto-Tuning Mass Damper*. 2013. 124 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia, University Of The Witwatersrand, Johannesburg, 2013.

CARMONA, Jorge Eliécer Campuzano. **PROPOSTA DE UM AMORTECEDOR PARA ATENUAÇÃO DE VIBRAÇÕES EM PISOS DE CONCRETO: ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL**. 2016. 310 f. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília/DF, 2016.

CARNEIRO, R. B. (2009). **Controle semi-ativo de vibrações em estruturas utilizando amortecedor magnetorreológico**. 2009. 135 f. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília/DF, 2009.

CHAVES, Sebastião de Noronha Peres Henriques. **ATENUAÇÃO DA RESPOSTA SÍSMICA DE ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS UTILIZANDO AMORTECEDORES VISCOSOS**. 2010. 101 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Porto, Porto, 2010.

CHÁVEZ, Ena Sosa. **ANÁLISE ESTRUTURAL DE EDIFÍCIO ALTO SUBMETIDO ÀS PRESSÕES FLUTUANTES INDUZIDAS PELA AÇÃO DO VENTO**. 2006. 135 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.

CHOPRA, Anil K.. *DYNAMICS OF STRUCTURES: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. 4. ed. University Of California At Berkeley: Pearson Prentice Hall, 1997. 980 p.

CHUNG, Lap-loi et al. *Semi-active tuned mass dampers with phase control*. *Journal Of Sound And Vibration*, [s. L.], v. 332, n. 15, p.3610-3625, 22 jul. 2013.

CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. *Dynamics of structures*. 3. ed. United States Of America: Computers & Structures, Inc., 2003. 752 p.

COSSOLINO, Leiliane Cristina; PEREIRA, Antônio Henrique Alves. **Amortecimento: Classificação e Métodos de Determinação**. 2010. Disponível em: <<https://sonelastic.com/images/ITC04-ATCP.pdf>>. Acesso em: 10 ago. 2019.

DEN HARTOG, J.P. - *Mechanical Vibrations*. McGraw-Hill, New York, 1940.

DI MATTEO, A.; PIRROTTA, A.; TUMMINELLI, S.. *Combining TMD and TLCD: analytical and experimental studies*. *Journal Of Wind Engineering And Industrial Aerodynamics*, [s. L.], v. 167, p.101-113, ago. 2017.

ELIAS, Sérgio José. **USO DE AMORTECEDORES METÁLICOS NA RESPOSTA DINÂMICA DE PÓRTICOS PLANOS E ESPACIAIS**. 2013. 126 f. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília/DF, 2013.

FREITAS, Mario Raul. **ANÁLISE DINÂMICA DE EDIFÍCIOS EQUIPADOS COM AMORTECEDORES DE LÍQUIDO SINTONIZADO ASSISTIDA PELO SOFTWARE DYNAPY**. 2017. 104 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília/DF, 2017.

GHOSH, Aparna; BASU, Biswajit. *Effect of soil interaction on the performance of liquid column dampers for seismic applications*. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, [s.l.], v. 34, n. 11, p.1375-1389, 2005. Wiley. <http://dx.doi.org/10.1002/eqe.485>.

HECK, Guilherme Flores. **OTIMIZAÇÃO DE AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADOS PARA REDUÇÃO DE VIBRAÇÕES EM ESTRUTURAS SUBMETIDAS A EVENTOS SÍSMICOS**. 2018. 22 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.

JANGID, R.S. *Optimum multiple tuned mass dampers for base-excited undamped system*. *Earthquake engineering and structural dynamics*. 28,1041-1049,1999.

KRONBAUER, Fernando. **USO DE AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADOS PARA A REDUÇÃO DE VIBRAÇÕES EM ESTRUTURAS SUBMETIDAS A EVENTOS SÍSMICOS**. 2013. 23 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

LIMA, Daniel Valença Fiuza. **CONTROLE DE VIBRAÇÕES INDUZIDAS EM UMA LAJE DE ACADEMIA DE GINÁSTICA COM A UTILIZAÇÃO DE AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADOS**. 2007. 170 f. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental,

Universidade de Brasília, Brasília/DF, 2007.

LIMA, Gustavo Valença Fiuza. **ANÁLISE DINÂMICA VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS DO ESTÁDIO NACIONAL DE BRASÍLIA**. 2013. 178 f. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília/DF, 2013.

MARTINS, Yuri Luiz Dias. **AÇÃO DINÂMICA DO VENTO EM EDIFÍCIOS ALTOS**. 2018. 83 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2018.

MENDES, Paulo. **Dinâmica de Estruturas**. Lisboa. Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, 2012. 183 p.

MIRANDA, William Ferreira. **ANÁLISE PARAMÉTRICA DE VIBRAÇÕES EM PAVIMENTOS DE CONCRETO ARMADO**. 2018. 110 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília/DF, 2018.

MOUTINHO, Carlos; CUNHA, Álvaro; CAETANO, Elsa. **ANÁLISE EXPERIMENTAL DA EFICIÊNCIA DE TMDS PARA A ATENUAÇÃO DA RESPOSTA SÍSMICA DE ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS**. In: 6º CONGRESSO NACIONAL DE SISMOLOGIA E ENGENHARIA SÍSMICA, 2004, Porto. Artigo. Porto: Feup, 2004. p. 621 - 630.

MOUTINHO, Carlos Manuel Ramos. **Controle de Vibrações em Estruturas de Engenharia Civil**. 2007. 394 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Universidade do Porto, Porto, 2007.

NÓBREGA, Petrus Gorgônio Bulhões da. **ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS DE CONCRETO: ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO DE ESTRUTURAS PRÉ-MOLDADAS**. 2004. 285 f. Tese de Doutorado em Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

OLIVEIRA, Victor Ulysses Sousa. **ANÁLISE SÍSMICA DE PÓRTICOS PLANOS METÁLICOS UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**. 2016. 79 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília/DF, 2016.

OSPINA, Carolina Sánchez. **OTIMIZAÇÃO DE AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADOS, MÚLTIPLOS E INTERLIGADOS, PARA CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM EDIFÍCIOS ALTOS**. 2008. 81 f. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília/DF, 2008.

PARI, David Miguel Chalco. **ANÁLISE SÍSMICA DE PÓRTICOS PLANOS COM DISSIPADORES METÁLICOS DE ENERGIA**. 2014. 137 f. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília/DF, 2014.

PENA, Tales Vieira. **Controle Passivo da Resposta Dinâmica Estrutural via Análise Numérica e Otimização**. 2017. 104 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2017.

RANA, Rahul; SOONG, T. T. *Parametric study and simplified design of tuned mass dampers*. **Engineering Structures**, New York, v. 20, n. 3, p.193-204, 1998.

ROSSI, Diogo Folador. **Estratégias de adaptação do incremento de tempo na integração numérica em análise dinâmica de estruturas**. 2013. 196 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2013.

SANTOLIN, Aldo. **FORMULAÇÃO DA ANÁLISE DINÂMICA DE SISTEMAS DE MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA EM COORDENADAS FÍSICAS**. 2006. 114 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2006.

SOONG, T. T.; DARGUSH, G. F.. *Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering*. 3. ed. New York: John Wiley & Sons Ltd, 1997. 369 p.

SOONG, T. T.; DARGUSH, G. F.. *Structural Engineering Handbook: Passive Energy Dissipation and Active Control*. New York: W. F. Chen, 1999. 28 p.

TORRES, Diego Rodrigues. **ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE ESTRUTURAS SOB A AÇÃO DE CARGAS DE MULTIDÃO**. 2007. 65 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

TORRES, Diego Rodrigues. **REDUÇÃO DE VIBRAÇÕES UTILIZANDO MÚLTIPLOS SISTEMAS PASSIVOS DE ABSORÇÃO**. 2010. 92 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

TSAI, Hsiang-chuan. **THE EFFECT OF TUNED-MASS DAMPERS ON THE SEISMIC RESPONSE OF BASE-ISOLATED STRUCTURES**. *International Journal Of Solids And Structures*, Great Britain, v. 32, n. 8/9, p.1195-1210, 1995.

VELLAR, Luciana Silva et al. *Robust Optimum Design of Multiple Tuned Mass Dampers for Vibration Control in Buildings Subjected to Seismic Excitation*. *Shock And Vibration*, [s.l.], v. 2019, p.1-9, 29 jan. 2019. Hindawi Limited. <http://dx.doi.org/10.1155/2019/9273714>.

VILLAVERDE, R. – “*Reduction in seismic response with heavily-damped vibration absorbers*”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1985, Vol. 13, p.33-42.