



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

MARIA DICIÁ DINIZ SILVA

**IDENTIFICAÇÃO DAS PROPRIEDADES DINÂMICAS EM ESTRUTURAS
RETICULADAS POR MEIO DE ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL**

JOÃO PESSOA – PB

2018

MARIA DICIÁ DINIZ SILVA

**IDENTIFICAÇÃO DAS PROPRIEDADES DINÂMICAS EM ESTRUTURAS
RETICULADAS POR MEIO DE ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal da Paraíba, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Engenheira Civil.

Orientadora: Prof^ª Dr^ª Andrea Brasiliano Silva

JOÃO PESSOA – PB

2018

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S586i Silva, Maria Diciá Diniz.

Identificação das Propriedades Dinâmicas em Estruturas Reticuladas por Meio de Análise Numérica e Experimental / Maria Diciá Diniz Silva. - João Pessoa, 2018.

51 f.

Orientação: Andrea Brasiliano.

Monografia (Graduação) - UFPB/Tecnologia.

1. Análise dinâmica. 2. Vibração. 3. Parâmetros modais. 4. Método da Detecção de Picos. 5. SSI-COV. 6. Domínio da frequência. 7. Domínio do tempo. I. Brasiliano, Andrea. II. Título.

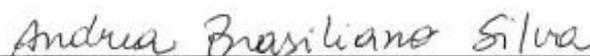
UFPB/BC

FOLHA DE APROVAÇÃO

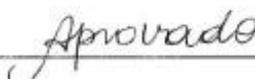
MARIA DICIÁ DINIZ SILVA

IDENTIFICAÇÃO DAS PROPRIEDADES DINÂMICAS EM ESTRUTURAS RETICULADAS POR MEIO DE ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso em 13/06/2018 perante a seguinte Comissão Julgadora:

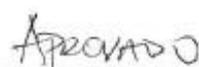


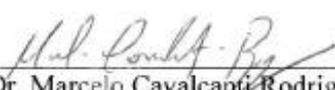
Prof.ª Dr.ª Andrea Brasiliano Silva (Orientadora)
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UEPB





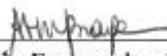
Prof. Dr. Hidelbrando José Farkat Diógenes (Examinador)
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UEPB





Prof. Dr. Marcelo Cavalcanti Rodrigues (Examinador)
Departamento de Engenharia Mecânica do CT/UEPB





Prof.ª Ana Cláudia Fernandes Medeiros Braga
Matrícula Siapc: 1668619
Coordenadora do Curso de Graduação em Engenharia Civil

AGRADECIMENTOS

A Deus, em Sua infinita Misericórdia, por todas as graças alcançadas e batalhas vencidas, e à Nossa Senhora, por seu amor de Mãe e por ser meu caminho mais seguro até Jesus.

À minha mãe, Lily, pelo apoio e amor incondicional. Obrigada por acreditar, confiar e nunca desistir de mim, e por me ensinar a ser uma pessoa íntegra e a lutar pelos meus sonhos.

Aos meus avós, Peta e Severino (*in memoriam*), por me ensinarem desde cedo o valor da educação e a toda minha família, pelo amor que nunca me faltou.

À professora orientadora, Andrea Brasiliano, pela ajuda e paciência, pelos ensinamentos e momentos de descontração, não só durante este trabalho, mas ao longo dos anos da graduação. Minha admiração pela sua dedicação e competência.

Ao professor Hidelbrando Diógenes, pelo apoio e orientação durante os anos de curso, e ao professor Marcelo Cavalcanti, pela disponibilidade em avaliar o trabalho. É um prazer tê-los na banca examinadora.

À Hennan e à Chiara, pela ajuda durante o desenvolvimento do trabalho e na aquisição de dados.

Ao professor Fernando Viana, pelos ensinamentos no Ensino Médio e pelo apoio durante a graduação. Obrigada pela confiança e incentivo no curso e no futuro profissional.

Aos amigos Rafaella, Maitê, Humberto, Tainá, Claudio e Gracielle, pelo apoio de sempre.

À família que ganhei no EJC Neves, por me ajudar na caminhada, e a todos da Pastoral da Adoração e Oração, que especialmente nesse último ano foram reflexo do amor de Deus por mim.

E aos colegas da UFPB, pelos momentos que vivemos juntos, entre dificuldades e conquistas. Aprendi muito com cada um de vocês.

*“Totus tuus ego sum, et omnia mea tua sunt, o
Virgo super omnia benedicta”.*

(São Luís Maria Grignon de Montfort)

RESUMO

Para garantir a estabilidade estrutural e o conforto dos usuários, a identificação das propriedades dinâmicas é fundamental, pois elas influenciam no dimensionamento das estruturas e no seu funcionamento ao longo dos anos. Os parâmetros modais, que são as frequências naturais, os modos de vibração e a taxa de amortecimento, podem ser encontrados através da análise numérica de modelos computacionais, ou experimentalmente, aplicando métodos de identificação. Em muitos casos, a estrutura está submetida a excitações naturais provenientes das próprias condições de operação, como cargas de vento, tráfego de pedestres e veículos, entre outros. Contudo, não é possível medir esse tipo de excitação e, por isso, são utilizados métodos que consideram apenas a resposta da estrutura. Além disso, esses métodos podem operar no domínio do tempo ou no domínio da frequência, que são duas perspectivas de análise de dados, sendo que uma considera intervalos contínuos ou discretos no tempo e outra transforma os dados do tempo para obter o espectro de resposta. Dessa forma, o presente estudo considerou uma viga de aço com condições de contorno livre-livre e, por meio de um programa computacional e de ensaios de vibração, as análises numérica e experimental foram realizadas. Os métodos adotados dependem apenas da resposta da estrutura, sendo estes o Método da Detecção de Picos (FELBER, 1993), no domínio da frequência, e o Método de Identificação Estocástica Baseado na Covariância das Respostas de Referência (SSI-COV/ref) (PEETERS; DE ROECK, 1999), no domínio do tempo. Devido às imprecisões inerentes ao processo de aquisição de dados, os resultados foram comparados e o desempenho dos métodos foi verificado. Observou-se que as análises numérica e experimental foram coerentes, e que a qualidade dos resultados depende da escolha adequada dos métodos aplicados.

Palavras-chave: Análise dinâmica. Vibração. Parâmetros modais. Método da Detecção de Picos. SSI-COV. Domínio da frequência. Domínio do tempo.

ABSTRACT

The identification of modal parameters is very important to guarantee the structural stability because of their influences on structures dimensions and on structures operation over the years. These dynamic properties, such as frequencies, mode shapes and damping ratios can be found using computational programs or identification methods for experimental models. Usually, the structures are subject to natural or environmental excitations, like winds and traffics, for example. However, the ambient vibration measurement implies the use of identification methods that consider only the structure response (output-only). The Modal Analysis methods can operate in time domain or in frequency domain which are two perspectives of data analysis. The first considers continuous time or discrete time and the other applies the data to obtain the power spectrum density. Therefore, the present study considered a steel beam with zero degrees of freedom and used both computational and experimental model analyzes. The output-only methods applied were the Peak Picking Method (FELBER, 1993), in frequency domain, and the Reference-Based Covariance-Driven Stochastic Realization (SSI-COV/ref) (PEETERS; DE ROECK, 1999), in time domain. Due to inaccuracies on data acquisition process, the results were compared and the methods performances verified. In conclusion, the computational model and experimental model analyzes were consistent and the identification methods performances depends on structure studied.

Keywords: Operational Modal Analysis. Ambient vibration. Modal parameters. Peak Picking Method. SSI-COV. Frequency domain. Time domain.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama de estabilização obtido pelo SSI-COV	25
Figura 2 – Viga de aço SAE 1020	26
Figura 3 – Seção da viga (Perfil U)	26
Figura 4 – Discretização do modelo numérico da viga	28
Figura 5 – Deslocabilidades em um elemento	29
Figura 6 – 1º e 2º modos de vibração da viga obtidos no modelo numérico	32
Figura 7 – 3º, 4º e 5º modos de vibração da viga obtidos no modelo numérico	33
Figura 8 – Viga pendurada ao suporte para simular as condições de contorno livre-livre	35
Figura 9 – Acelerômetros conectados aos condicionadores de sinal	36
Figura 10 – Vista da viga mostrando os pontos de referência e de impacto dos ensaios	37
Figura 11 – Acelerômetro móvel no nó 1 e acelerômetro fixo no nó 4	37
Figura 12 – Aceleração no ponto de referência (nó 4)	37
Figura 13 – Autoespectro obtido pelo Método Detecção de Picos para o nó 4 da viga	38
Figura 14 – Três primeiros modos de vibração da viga pelo Método da Detecção de Picos	40
Figura 15 – Resultados para o 4º e 5º modo pelo Método da Detecção de Picos	41
Figura 16 – 1º e 2º modos de vibração da viga identificados pelo método SSI-COV/ref	43
Figura 17 – 3º, 4º e 5º modos de vibração da viga identificados pelo método SSI-COV/ref	44
Figura 18 – Sobreposição das coordenadas para os três primeiros modos de vibração	46
Figura 19 – Sobreposição das coordenadas obtidas para o 4º e 5º modo de vibração	47

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades físicas e geométricas da viga	27
Tabela 2 – Valores de λ_i para vigas de apenas um vão e condições de contorno livre-livre	31
Tabela 3 – Frequências naturais analíticas dos cinco primeiros modos de vibração	31
Tabela 4 – Frequências naturais teóricas dos cinco primeiros modos de vibração	32
Tabela 5 – Frequências naturais teóricas obtidas para a viga danificada	34
Tabela 6 – Frequências da viga para os cinco primeiros modos pelo PPM	39
Tabela 7 – Frequências da viga para os cinco primeiros modos pelo método SSI-COV/ref	42
Tabela 8 – Frequências naturais da viga obtidas numericamente e experimentalmente	45

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	OBJETIVOS	12
3	METODOLOGIA	13
4	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	14
4.1	Análise Modal Tradicional e Análise Modal Operacional.....	15
4.2	Domínio do tempo e domínio da frequência	16
4.3	Excitação estocástica	17
4.4	Método da Detecção de Picos (<i>Peak Picking Method – PPM</i>).....	18
4.4.1	Função Densidade Espectral de Potência	18
4.4.2	Determinação dos parâmetros modais.....	20
4.5	Método de Identificação Estocástica Baseado na Covariância das Respostas de Referência (<i>Reference-Based Covariance-Driven Stochastic Realization – SSI-COV/ref</i>).....	21
4.5.1	Modelo de espaço de estado	22
4.5.2	Aplicação do método para identificação do sistema	23
4.5.3	Diagrama de Estabilização	24
5	MODELO FÍSICO DA VIGA.....	26
6	MODELO NUMÉRICO	28
7	ANÁLISE NUMÉRICA.....	31
8	ENSAIO DE VIBRAÇÃO DA VIGA	35
9	ANÁLISE EXPERIMENTAL	38
9.1	Método da Detecção de Picos (<i>Peak Picking Method – PPM</i>).....	38
9.2	Método de Identificação Estocástica Baseado na Covariância das Respostas de Referência (<i>Reference-Based Covariance-Driven Stochastic Realization – SSI-COV/ref</i>).....	42
10	COMPARAÇÃO DE RESULTADOS	45
11	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	48
	REFERÊNCIAS	49

1 INTRODUÇÃO

O estudo de estruturas é de grande importância na engenharia civil, visto que possibilita a concepção e análise de sistemas estruturais que não provoquem colapso, deformações ou vibrações excessivas em uma dada construção civil. Assim, busca-se dimensionar uma estrutura capaz de resistir às solicitações e carregamentos a que está submetida, de forma que esta também apresente um bom desempenho em situações de uso e mantenha sua integridade ao longo da vida útil.

Em todas as estruturas, atuam ações que provocam respostas estáticas ou dinâmicas. As respostas estáticas são causadas por ações permanentes ao longo do tempo, como o peso próprio, enquanto as respostas dinâmicas surgem por ações que variam durante um intervalo de tempo longo ou breve, como a ação do vento, tráfego, sismos e explosões.

A análise do comportamento estático é predominante nos projetos estruturais, contudo essa única abordagem nem sempre é suficiente. As construções apresentam edifícios cada vez mais esbeltos, lajes e pontes com grandes vãos, materiais mais leves e seções menores. Em alguns casos, as estruturas também devem suportar equipamentos que produzem vibrações e podem estar sujeitas a impactos. Além disso, existem também as construções em áreas com abalos sísmicos ou ainda estruturas *offshore*, construídas em alto-mar. Sendo assim, a análise dinâmica tem se tornado cada vez mais importante para que os objetivos da engenharia estrutural sejam alcançados.

Com o desenvolvimento computacional, avanço tecnológico e de modelos numéricos, é possível identificar os parâmetros dinâmicos da estrutura, que influenciam no seu dimensionamento e comportamento ao longo dos anos. Tais parâmetros são as frequências naturais, os modos de vibração e as taxas de amortecimento. A área da análise dinâmica destinada à obtenção dessas características é chamada de análise modal.

Assim, para a identificação das propriedades dinâmicas, são aplicados métodos que se diferenciam quanto aos dados de aquisição, em que pode ser necessária a medição da ação (entrada/*input*) e da resposta dinâmica (saída/*output*), ou apenas da resposta. Eles também podem ser desenvolvidos em dois domínios, o do tempo e o da frequência, cuja adoção depende do contexto em que a estrutura está inserida. Alguns exemplos são o Método da Detecção de Picos (*Peak Picking Method*) (FELBER, 1993) e a Identificação Estocástica de Subespaços (*Stochastic Subspace Identification*) (PEETERS; DE ROECK, 1999).

2 OBJETIVOS

Este trabalho tem por objetivo identificar os parâmetros modais de uma estrutura, a partir de modelos numérico e experimental, considerando apenas a resposta dinâmica. Neste intuito, serão realizados ensaios para a obtenção de resultados e a posterior comparação dos métodos de identificação adotados.

A análise numérica possibilitará a identificação das características dinâmicas de forma rápida, através de programas computacionais, enquanto a análise experimental considerará um modelo físico real, e serão aplicados métodos de identificação dos parâmetros modais às respostas dinâmicas adquiridas. Para validação do modelo numérico, as características encontradas a partir dos resultados dos ensaios devem estar de acordo com as previstas computacionalmente. Além disso, uma comparação entre os métodos permite verificar seu desempenho para a estrutura em questão.

Assim, sabendo que conhecer o comportamento dinâmico é indispensável para garantir uma boa análise estrutural, este trabalho pretende estudar os métodos capazes de determinar as propriedades dinâmicas, observando suas aplicações e eficiência, e as considerações que precisam ser feitas na análise modal, utilizando modelos numéricos e experimentais.

3 METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho consiste em realizar uma análise numérica e experimental de uma viga de aço livre-livre. No modelo numérico, será mostrado como é feita a discretização para obter resultados adequados. O modelo experimental, por sua vez, será ensaiado e serão aplicados dois métodos de identificação dos parâmetros modais.

Primeiramente, a revisão bibliográfica apresentará uma base teórica quanto à análise dinâmica, dando ênfase nos conceitos pertinentes para este trabalho. Serão explicadas a análise modal e suas abordagens, os tipos de excitação em uma estrutura, os domínios existentes, a classificação dos métodos e a fundamentação teórica do Método da Detecção de Picos e de Identificação Estocástica de Subespaços pela Covariância, que foram escolhidos para o presente trabalho.

O objeto de estudo será uma viga de aço com condições de contorno livre-livre. Seu modelo numérico será desenvolvido em um programa computacional, visto que os cálculos envolvidos incluem equações matriciais de ordem proporcional à quantidade de elementos discretizados na estrutura. Neste trabalho, será adotado o programa proposto por Brasiliano (2001) para obtenção dos parâmetros modais de uma viga.

Para a análise experimental, o modelo físico será submetido a ensaios de vibração, utilizando acelerômetros para medir as respostas dinâmicas. Em seguida, serão aplicados dois métodos aos dados obtidos. O primeiro será o Método da Detecção de Picos (*Peak Picking Method* – PPM), também conhecido por Método Básico no Domínio da Frequência (FELBER, 1993), que é um dos métodos mais utilizados na engenharia civil, por sua simplicidade e eficácia. O segundo método será o Método de Identificação Estocástica Baseado na Covariância das Respostas de Referência (*Reference-Based Covariance-Driven Stochastic Realization* – SSI-COV/ref), que é uma versão modificada da Identificação Estocástica de Subespaços pela Covariância, ambos propostos por Peeters e De Roeck (1999). Posteriormente, os resultados encontrados serão comparados e discutidos, verificando o desempenho dos métodos para a estrutura em questão.

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O estudo de vibrações em estruturas tem se tornado cada vez mais importante para conhecer o comportamento da mesma nas diversas condições de funcionamento. Toda estrutura apresenta características próprias, como a matriz de rigidez, de inércia (ou de massa) e de amortecimento e, quanto à dinâmica, ela apresentará os chamados parâmetros de vibração ou parâmetros modais. Assim, Felber (1993) define que a análise dinâmica tem por objetivo a identificação dessas características, para sistemas de um ou mais graus de liberdade, que são a frequência natural, o modo de vibração e a taxa de amortecimento.

Segundo Diógenes (2010), a frequência natural representa a taxa de oscilação livre da estrutura, depois que é cessada a força que provocou o seu movimento. Ela é inversamente proporcional à massa, e diretamente proporcional à rigidez do elemento estrutural e qualquer modificação nessas propriedades altera o seu valor. O modo de vibração corresponde ao perfil vibracional associado a cada frequência natural, e o amortecimento é a capacidade intrínseca do material de dissipar energia e é uma grandeza que influencia diretamente na amplitude de vibração e no tempo de duração do movimento.

Dentre a importância da identificação dos parâmetros modais, Mendes (2012) ressalta que a análise dinâmica, evita a ocorrência de ressonância, previne situações de fadiga e assegura condições de conforto aos seus usuários. Ren e Zong (2003) e Gómez Araújo *et al.* (2017) também dizem que conhecer os parâmetros modais de uma estrutura proporciona o monitoramento do seu comportamento dinâmico, a atualização dos modelos analíticos, o dimensionamento dinâmico ótimo e o controle de vibrações. Além disso, é possível estudar a saúde da estrutura, uma vez que alterações nas frequências naturais detectam danos que podem ser localizados através dos modos de vibração (BRASILIANO, 2001, 2005).

Tanto para o desenvolvimento de modelos dinâmicos confiáveis como para entender o comportamento de modelos já existentes, Nunes Júnior (2006) diz que devem ser escolhidos métodos adequados para a identificação dos parâmetros modais, estudados através da análise modal.

A seguir, apresenta-se a base teórica para todo o estudo desenvolvido neste trabalho, incluindo os conceitos mais pertinentes e as explicações dos métodos de identificação adotados.

4.1 Análise Modal Tradicional e Análise Modal Operacional

Do ponto de vista experimental, existem duas abordagens: a Análise Modal Tradicional (AMT) e a Análise Modal Operacional (AMO). Elas se diferem quanto aos tipos de dados a serem utilizados nos métodos identificação de sistemas, como será explicado posteriormente.

Segundo Gómez Araújo *et al.* (2017), as primeiras pesquisas baseavam-se na estrutura excitada, em uma ou várias medições, com forças dinâmicas conhecidas (dados de entrada), e na resposta da estrutura em termos de acelerações, velocidades ou deslocamentos, em uma ou várias posições (dados de saída). Assim, surgiu a Análise Modal Tradicional, que tem seus métodos classificados quanto ao número de entradas e de saídas, sendo os parâmetros identificados através de Funções de Resposta em Frequência (FRF) ou de Funções de Resposta ao Impulso (FRI).

Nunes Júnior (2006) diz que uma estrutura pode ser excitada “através de testes de vibração forçada, [...] ou ainda a partir de excitações ambientes produzidas pela própria condição de operação da estrutura”. No caso de grandes estruturas da engenharia civil, os ensaios a partir de vibrações forçadas demandam equipamentos com custos elevados e a realização dos testes pode implicar em interrupções no funcionamento cotidiano da estrutura, como no caso de pontes, prédios e viadutos. Dessa forma, em estruturas de grande porte, prefere-se utilizar a excitação natural causada pelas próprias condições de operação. O uso da excitação natural não interfere no desempenho da estrutura, permite realizar um monitoramento contínuo e tem uma aplicação técnica e econômica mais viável.

Contudo, as excitações ambientes são de natureza estocástica, ou seja, difíceis de serem medidas. O mesmo autor explica que a lei de variação da ação dinâmica no tempo não é completamente conhecida, mas definida em termos estatísticos. Assim, uma vez que não é possível determinar com precisão os dados de entrada para excitações naturais, surge a Análise Modal Operacional, cujos métodos de identificação dependem apenas dos dados de saída (*Output-only*). Estes, por sua vez, não encontram a FRF nem a FRI, diferentemente dos métodos empregados na Análise Modal Tradicional.

A análise modal envolvendo apenas dados de saída exige o uso de técnicas especiais de identificação modal, que considerem excitações naturais e presença de ruído. Dois métodos complementares serão implementados neste trabalho. Um método mais simples, que é o de Detecção de Picos, no domínio da frequência e um método mais avançado, de Identificação Estocástica de Subespaços, no domínio do tempo.

4.2 Domínio do tempo e domínio da frequência

Existem, ainda, duas categorias em que esses métodos podem operar na análise modal: o domínio da frequência e o domínio do tempo. No domínio da frequência, as propriedades dinâmicas são, no modo tradicional, obtidas a partir das Funções de Resposta em Frequência. Mendes (2012, p. 88) explica que “Os fundamentos da análise no domínio da frequência (análise espectral) baseiam-se na abordagem de conceitos como as Séries de Fourier e as transformadas de Fourier e de Laplace”. Dessa forma, a utilização de equipamentos capazes de proceder a análise de Fourier contribuiu para acelerar o desenvolvimento das técnicas nesse domínio.

O domínio do tempo, por sua vez, pode ser aplicado a estruturas que tenham características especiais como modos acoplados e frequências naturais muito próximas. Em muitos métodos tradicionais para esse domínio, a identificação é realizada através da Função Resposta ao Impulso e utilizam a formulação contínua ou discretizada da equação de movimento.

Segundo Reynders (2009), a maioria dos algoritmos de identificação dos sistemas no domínio do tempo tem seus equivalentes no domínio da frequência, que em muitos casos diferem apenas pelas transformadas de Fourier. Isso significa que a análise, bem como o método adotado, pode ser realizada em ambos os domínios e a escolha depende do contexto em que a situação prática se insere. O domínio do tempo e o domínio da frequência são formas complementares de um mesmo estudo feito sobre perspectivas diferentes.

Contudo, Reynders (2009) ressalta que a maioria das pesquisas sobre análise modal experimental e a literatura de identificação de sistemas classificam os métodos exclusivamente em um domínio ou em outro. Dentre os métodos classificados no domínio do tempo estão a Identificação Estocástica de Subespaços, NExT/ERA e o Método de Predição do Erro. No domínio da frequência, podem ser citados o Método da Detecção de Picos e o Método da Decomposição no Domínio da Frequência. É importante lembrar que a escolha do método depende da situação prática em questão, ou seja, é adotado aquele que poderá apresentar um melhor desempenho em um dado contexto.

4.3 Excitação estocástica

O comportamento dinâmico das estruturas pode ser estudado através das suas respostas causadas por excitações determinísticas, que são conhecidas, ou por excitações estocásticas, desconhecidas.

A designação de excitação estocástica encontra-se associada a ações dinâmicas desconhecidas, cuja variação temporal é de natureza aleatória, isto é, quando não é possível prever seu comportamento futuro. Nestas circunstâncias, a caracterização do comportamento dinâmico de estruturas só pode ser alcançada através da adoção de conceitos probabilísticos. (MENDES, 2012, p. 158)

Nessas condições, as propriedades dinâmicas são obtidas pela análise e interpretação da resposta da estrutura, pois devem ser adotadas hipóteses estatísticas das características de excitação que se relacionem com as características de resposta conhecida. Para um processo estocástico, em que uma função aleatória resulta de várias medições com registros diferentes de um mesmo experimento, grandezas estatísticas podem ser aplicadas em seu estudo, tais como média, desvio padrão, autocorrelação e autocovariância.

Usualmente, admite-se que um processo estocástico apresenta média nula e natureza Gaussiana. O conceito de natureza Gaussiana remete ao Teorema do Limite Central, em que a soma de um grande número de variáveis aleatórias independentes, com diferentes distribuições individuais, tende para uma distribuição normal. Admitir a natureza Gaussiana implica dizer que o processo pode ser completamente caracterizado pela função de autocorrelação (MENDES, 2012).

Nos métodos de identificação modal estocástica, as propriedades da excitação também são consideradas como as de um ruído branco. De acordo com Mendes (2012), o ruído branco é um tipo de sinal caracterizado por ser idealmente aleatório e conter, no limite, o conteúdo energético significativo de todas as frequências. A partir dessa consideração, assume-se que a excitação possui um espectro de potência constante e função de autocorrelação com ordenada na origem igual à variância do processo e valor nulo em todas as restantes abcissas.

A partir dos conceitos apresentados é possível compreender melhor o Método da Detecção de Picos e o Método de Identificação Estocástica de Subespaços, que serão empregados nesse trabalho e estão descritos a seguir.

4.4 Método da Detecção de Picos (*Peak Picking Method* – PPM)

O Método Básico no Domínio da Frequência ou Método da Detecção de Picos (*Peak Picking Method* – PPM) é a técnica clássica e mais simples para estimar os parâmetros modais de uma estrutura sujeita à excitação ambiente, porém tem melhor resultado em estruturas que tenham frequências naturais bem separadas e condições de baixo amortecimento (PEETERS; DE ROECK, 2001). A técnica foi sistematizada por Felber (1993) e tem grande aplicação na engenharia civil, devido à sua simplicidade e rápido processamento.

Borges (2010) afirma que o método “[...] é baseado no fato de que os parâmetros modais possam ser identificados assumindo que a estrutura é excitada por um ruído branco gaussiano, um processo estocástico com intensidade espectral em todas as frequências”. Contudo, estudos de Brasiliano (2005) mostram que o Método da Detecção de Picos, assim como o de Identificação Estocástica de Subespaços, também é adequado para excitações de impacto. Além disso, a autora explica que a técnica “[...] consiste em transformar a resposta no tempo para o domínio da frequência aplicando-se a transformada discreta de Fourier e com isso obtendo-se o espectro da resposta”.

Esse espectro encontrado é a função densidade espectral de potência da resposta (f.d.e.p. ou *Power Spectral Density* – PSD), cujos picos estimam as frequências naturais da estrutura.

4.4.1 Função Densidade Espectral de Potência

A função densidade espectral de potência é obtida a partir de uma função de autocorrelação, uma vez o método admite a natureza Gaussiana da excitação. Rao (2008) define que as funções de autocorrelação de um sinal aleatório medem a velocidade com a qual um sinal muda no domínio do tempo. Para dois processos aleatórios estacionários, $x_k(t)$ e $y_k(t)$, as funções de autocorrelação são apresentadas na equação 1:

$$\begin{aligned} R_{xx}(\tau) &= E[x_k(t)x_k(t + \tau)] \\ R_{yy}(\tau) &= E[y_k(t)y_k(t + \tau)] \\ R_{xy}(\tau) &= E[x_k(t)y_k(t + \tau)] \end{aligned} \tag{1}$$

onde $E[\blacksquare]$ representa o valor esperado.

As funções de autocorrelação devem ser transformadas do domínio do tempo para o da frequência. Para isso, e como tais respostas são discretas no tempo e de duração T segundos ($0 \leq t \leq T$), deve ser aplicada a transformada discreta de Fourier para um tempo infinito a ambos os lados da equação 1, obtendo então as funções densidade autoespectral de $x_k(t)$ e $y_k(t)$ e a função de densidade espectral cruzada entre $x_k(t)$ e $y_k(t)$, indicadas na equação 2:

$$\begin{aligned}
 S_{xx}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i2\pi\omega\tau} d\tau \\
 S_{yy}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{yy}(\tau) e^{-i2\pi\omega\tau} d\tau \\
 S_{xy}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i2\pi\omega\tau} d\tau
 \end{aligned} \tag{2}$$

Borges (2010) define os autoespectros e os espectros cruzados como funções que medem o conteúdo energético de um sinal em frequência, sendo os autoespectros funções reais e os espectros cruzados, funções complexas. Essas funções servem para estimar os parâmetros modais no método em questão, tendo em conta que as respostas obtidas nos ensaios dinâmicos, medidas em vários pontos k da estrutura, constituam um processo $y_k(t)$.

Outra forma de estimar a função densidade espectral de potência é dada pelo produto entre a transformada discreta de Fourier da resposta discretizada no tempo $A(f_k)$ por sua transposta conjugada $A^T(f_k)$ (equação 3). Se $A(f_k)$ e $A^T(f_k)$ corresponderem à mesma resposta, tem-se uma estimativa do autoespectro, e caso as respostas sejam distintas, obtém-se uma estimativa do espectro cruzado.

$$S_y(f_k) = \frac{1}{\sum_{q=0}^{N-1} |w_q|^2} A(f_k) A^T(f_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \tag{3}$$

onde $\sum_{q=0}^{N-1} |w_q|^2$ representa a norma ao quadrado da função filtro w usada para evitar *leakage*.

Mendes e Oliveira (2008) explicam que o erro de *leakage* é provocado pela divisão em segmentos do sinal, feita para a obtenção de melhores estimativas, mas que pode ser

contornado pela aplicação de sobreposição dos elementos. O erro também tem relação com a descontinuidade do sinal e pode ser atenuado com a adoção de janelas de dados, usualmente janelas de *Hanning*.

O procedimento utilizado para estimar a função densidade espectral dividindo o sinal em segmentos, com aplicação de uma janela de dados *Hanning*, cálculo da transformada de Fourier de cada segmento, seguido da realização de médias e sobreposição de 2/3 ou 1/2, que otimizam o aproveitamento das informações, é conhecido como periodograma de Welch (WELCH, 1967). Tal procedimento pode ser aplicado em *softwares*, como o MATLAB, através da função *pwelch* para encontrar os autoespectros e a função *cpsd* para espectros cruzados.

4.4.2 Determinação dos parâmetros modais

No Método da Detecção de Picos, as frequências naturais são estimadas como sendo os picos dos autoespectros das respostas adquiridas, enquanto as formas modais são obtidas pela definição da direção, magnitude e sentido da amplitude modal. A taxa de amortecimento, por sua vez, é encontrada relacionando valores de frequência.

Para o estudo das formas modais, primeiramente é importante conhecer as condições do ensaio. Como a estrutura é discretizada em uma quantidade considerável de elementos e, geralmente, a quantidade de sensores disponíveis para o ensaio é limitada, os testes dinâmicos são realizados em etapas. Por isso, as excitações serão sempre diferentes, ou seja, não-estacionárias, o que implica que os espectros correspondentes terão magnitudes também diferentes. Sendo assim, adota-se um ponto fixo como referência para os demais, para facilitar o processamento dos registros adquiridos.

Com base nessa metodologia do ensaio, a direção identificada para as formas modais será a mesma na qual foram dispostos os sensores utilizados nos testes. A magnitude da amplitude modal, por sua vez, está associada à magnitude do pico correspondente no autoespectro e será dada pela relação entre a magnitude do pico relativa ao sensor móvel e aquela relativa ao sensor fixo. Assim, na equação 4, a amplitude modal para cada modo i de cada ponto j é dada por:

$$A_{ij} = \sqrt{\frac{PSD_{ij}}{PSD_{iref}}} \quad (4)$$

onde PSD_{ij} representa o pico do espectro correspondente ao modo i no ponto j e PSD_{iref} representa o pico do espectro correspondente ao modo i no ponto de referência.

Quanto ao sentido de cada valor da amplitude modal, este é calculado pelo espectro cruzado entre cada resposta e a resposta de referência. Segundo Palazzo (2001 *apud* BRASILIANO, 2005, p. 51), o sentido positivo ou negativo é dado pela fase do espectro cruzado de acordo com o seguinte intervalo: se $-70^\circ < \varphi < 70^\circ$ a amplitude será positiva, e se $-250^\circ < \varphi < -110^\circ$ ou $110^\circ < \varphi < 250^\circ$ a amplitude será negativa.

Para obter as taxas de amortecimento, é utilizada a equação da meia potência (equação 5) na qual são adotadas uma frequência anterior f_1 e uma posterior f_2 , com o valor da ordenada sendo $\frac{1}{\sqrt{2}}$ do valor da ordenada do pico de ressonância (CLOUGH; PENZIEN, 1993).

$$\xi = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad (5)$$

4.5 Método de Identificação Estocástica Baseado na Covariância das Respostas de Referência (*Reference-Based Covariance-Driven Stochastic Realization* – SSI-COV/ref)

O método SSI-COV/ref é uma reformulação do método clássico de Identificação Estocástica de Subespaços pela Covariância (*Covariance-Driven Stochastic Subspace Identification* - SSI-COV), ambos propostos por Peeters e De Roeck (1999). A versão modificada necessita apenas das covariâncias entre as saídas e um conjunto limitado de saídas de referência ao invés da covariância entre todas as saídas.

Peeters (2000) explica que os dados de resposta dinâmica contêm informações que formam o que ele chama de modelo de espaço de estado, capaz de identificar o sistema estudado. Assim, o SSI-COV busca identificar um modelo estocástico de espaço de estado considerando apenas a resposta da estrutura, problema conhecido por realização estocástica.

A seguir, está apresentada uma breve explicação do método. O desenvolvimento completo deste e seus demais conceitos podem ser encontrados em Peeters e De Roeck (1999), Peeters (2000) e Brasiliano (2005).

4.5.1 Modelo de espaço de estado

O comportamento dinâmico de um sistema mecânico pode ser descrito pela seguinte equação diferencial de segunda ordem (equação 6):

$$M\ddot{q}(t) + C_2\dot{q}(t) + Kq(t) = f(t) \quad (6)$$

onde:

\mathbf{M} , \mathbf{C}_2 e $\mathbf{K} \in R^{n_2 \times n_2}$: matrizes de massa, amortecimento e rigidez global, respectivamente;

$q(t)$, $\dot{q}(t)$ e $\ddot{q}(t) \in R^{n_2 \times 1}$: vetores de deslocamento, velocidade e aceleração, contínuos no tempo, respectivamente;

$f(t) \in R^{n_2 \times 1}$: forças de entrada do sistema (excitação);

n_2 : número de graus de liberdade do sistema.

Apesar de representar bem o comportamento dinâmico de uma estrutura, essa equação não é adequada para ser utilizada diretamente nos métodos de identificação de sistemas experimentais baseados apenas na resposta. Uma das razões é que a equação é contínua no tempo e as medidas são obtidas em instantes discretos. Além disso, não é possível obter as medidas em todos os graus de liberdade, como implica a equação, e há necessidade de se considerar o efeito do ruído em situações reais, proveniente de outras fontes de excitação.

Para uma representação mais adequada do modelo, a equação 6 é reescrita em um modelo estocástico de espaço de estado discreto no tempo (equação 7), em que os dados de entrada são considerados como um ruído branco e estão implícitos nos termos de ruído w_k e v_k

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + w_k \\ y_k &= Cx_k + v_k \end{aligned} \quad (7)$$

onde:

x_{k+1} e y_k : equação de estado e equação de saída, respectivamente;

$\mathbf{A} \in R^{n \times n}$: matriz de estado dada em função dos parâmetros do sistema, matriz de massa, amortecimento e rigidez;

$\mathbf{C} \in R^{l \times n}$: matriz de saída, ou de observação, que depende do número e da localização dos sensores usados para medir a saída do sistema.

4.5.2 Aplicação do método para identificação do sistema

A partir das respostas dinâmicas obtidas experimentalmente, a equação 8 calcula as matrizes de covariância entre todas as saídas e as saídas de referência.

$$R_i^{ref} \equiv E \left[y_{k+i} y_k^{refT} \right] \in R^{l \times r} \quad (8)$$

onde l é o número de sinais de resposta da estrutura e r o número de sensores de referência.

Estimadas as matrizes de covariância R_i^{ref} , estas podem ser agrupadas em uma matriz Toeplitz, calculada a partir da matriz *Hankel*. Cada diagonal da matriz Toeplitz consiste na repetição do mesmo elemento (equação 9).

$$T_{1|i}^{ref} = \begin{bmatrix} R_i^{ref} & R_{i-1}^{ref} & \cdots & R_1^{ref} \\ R_{i+1}^{ref} & R_i^{ref} & \cdots & R_2^{ref} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{2i-1}^{ref} & R_{2i-2}^{ref} & \cdots & R_i^{ref} \end{bmatrix} \in R^{li \times ri} \quad (9)$$

Então, é aplicada a decomposição em valores singulares (SVD) (equação 10) obtendo uma estimativa da ordem do sistema n (*rank*).

$$T_{1|i}^{ref} = USV^T = [U_1 \quad U_2] \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} = U_1 S_1 V_1^T \quad (10)$$

onde $U \in R^{li \times li}$ e $V \in R^{ri \times ri}$ são matrizes ortonormais e $S \in R^{li \times ri}$ é uma matriz diagonal contendo os valores singulares em ordem decrescente. A ordem de uma matriz é estimada como sendo o número de valores singulares diferentes de zero.

A decomposição de valores singulares é, então, dividida em duas partes, obtendo as matrizes de observabilidade e controlabilidade (equação 11), que resolvem o problema de identificação.

$$\begin{aligned} O_i &= U_1 S_1^{\frac{1}{2}} \\ C_i^{ref} &= S_1^{1/2} V_1^T \end{aligned} \quad (11)$$

A partir destas, é possível encontrar a matriz de estado \mathbf{A} , \mathbf{G}^{ref} (*next-state output covariance matrix*) e a matriz de observação \mathbf{C} , sendo \mathbf{A} e \mathbf{C} suficientes para o cálculo dos parâmetros modais. Rahman (2012) e Schanke (2015) explicam que os autovalores discretos de \mathbf{A} são convertidos para o tempo contínuo, conforme a equação 12. Considerando os autovalores contínuos, as frequências naturais correspondem à parte imaginária destes, enquanto a taxa de amortecimento será dada pela razão entre a parte real e o valor absoluto (equações 13 e 14). Os modos de vibração serão determinados pelo produto entre os autovetores de \mathbf{A} e a matriz \mathbf{C} .

$$\lambda = \frac{\ln(\mu)}{\Delta t} \quad (12)$$

$$f = \frac{\text{Im}(\lambda)}{2\pi} \quad (13)$$

$$\xi = -\frac{\text{Re}(\lambda)}{|\lambda|} \quad (14)$$

onde:

λ : autovalores de \mathbf{A} contínuos no tempo;

μ : autovalores de \mathbf{A} discretos no tempo;

Δt : instante de tempo;

f : frequência natural, em *Hertz*;

ξ : taxa de amortecimento.

4.5.3 Diagrama de Estabilização

Teoricamente, a ordem do sistema n é definida pelo número de valores singulares da matriz Toeplitz diferente de zero. Contudo, na prática, essa matriz é afetada por ruídos que levam a valores singulares todos diferentes de zero, o que não é real. Esses ruídos podem ser causados por imprecisões no modelo, pelos equipamentos de medição, pela precisão finita do computador e pelo número finito de dados disponíveis (PEETERS; DE ROECK, 2001).

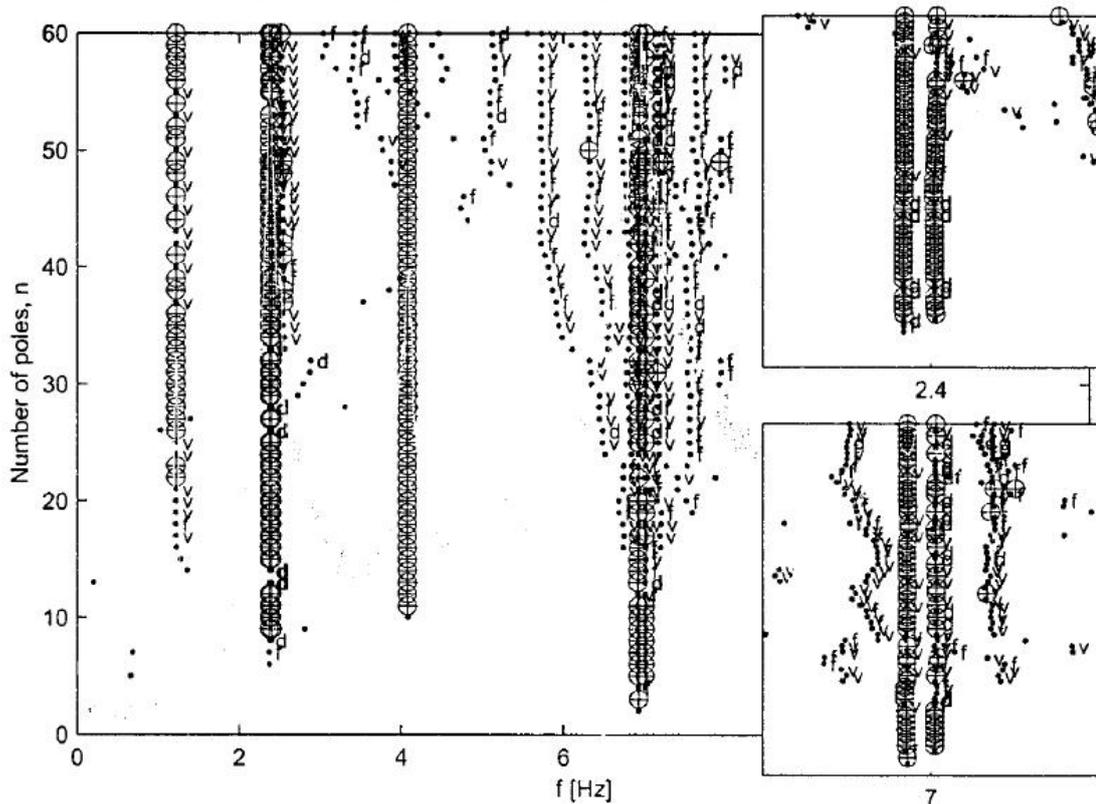
Para garantir uma boa aplicação do método na análise modal, Peeters (2000) sugere a elaboração de um diagrama de estabilização. Os polos correspondentes a modelos de certa ordem são comparados com os polos de um modelo de ordem menor. O polo é dito estável

quando as diferenças entre as frequências, as taxas de amortecimento e os modos estiverem entre os limites pré-determinados.

Schanke (2015) explica que o objetivo do diagrama de estabilização é separar os polos físicos, que são estáveis, dos polos provenientes dos ruídos externos, que não são estáveis. O alinhamento de polos estáveis identifica os modos de vibração.

Peeters (2000) também explica que “no método SSI-COV, uma construção eficiente do diagrama de estabilização é conseguida calculando a decomposição em valores singulares (SVD) da matriz de covariâncias Toeplitz apenas uma vez.” A Figura 1 abaixo apresenta um exemplo de diagrama de estabilização pelo método SSI-COV. Entre os símbolos usados, ‘ \oplus ’ representa um polo estável, ‘.v’ um polo com frequência e modo estáveis, ‘.d’ um polo com frequência e amortecimento estáveis, ‘.f’ um polo com frequência estável e ‘.’ um novo polo.

Figura 1 – Diagrama de estabilização obtido pelo SSI-COV



Fonte: Peeters e De Roeck (2001)

5 MODELO FÍSICO DA VIGA

O objeto de estudo deste trabalho foi a viga de aço SAE 1020, utilizada por Correia de Brito (2017), com condições de apoio livre-livre. A estrutura pode ser vista na Figura 2 e apresenta perfil U, como mostra a Figura 3. Sua seção é constante ao longo de toda a barra.

Figura 2 – Viga de aço SAE 1020



Fonte: Autoria própria.

Figura 3 – Seção da viga (Perfil U)



Fonte: Autoria própria.

Os dados geométricos da seção são utilizados tanto para o desenvolvimento do modelo numérico, como para a obtenção dos resultados a partir dos testes experimentais. Tais informações foram retiradas do trabalho de Correia de Brito (2017). É importante ressaltar que a massa específica do aço é de 7860 kg/m^3 , porém esta foi verificada a partir do valor da sua massa por unidade de comprimento e foi encontrada uma massa específica real de $7124,46 \text{ kg/m}^3$, valor adotado neste estudo. As propriedades físicas e geométricas da estrutura estão apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Propriedades físicas e geométricas da viga

Propriedades	Unidade de medida	Valores
Área da seção transversal – A	m ²	$2,33 \times 10^{-4}$
Momento de inércia da viga deitada – I	m ⁴	$1,38207 \times 10^{-8}$
Massa por unidade de comprimento	kg/m	1,66
Massa específica real – ρ	kg/m ³	7124,46
Módulo de elasticidade longitudinal – E	N/m ²	$2,05 \times 10^{11}$
Comprimento da viga – L	m	1,48

Fonte: Adaptado de Correia de Brito (2017, p. 25 e p. 32).

6 MODELO NUMÉRICO

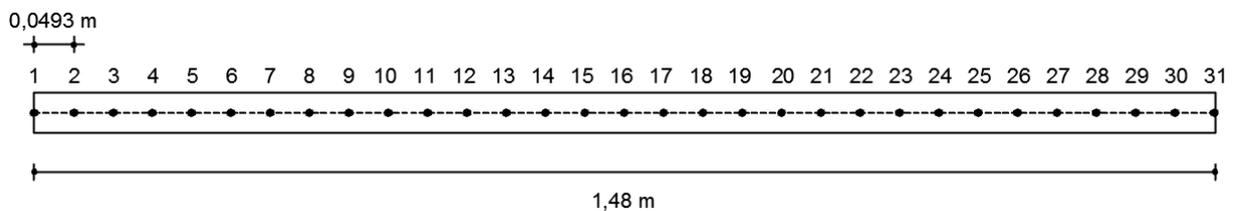
A análise de um modelo numérico envolve alguns conceitos de Método dos Elementos Finitos, análise matricial e de estruturas e programação, a serem mostrados a seguir.

Matematicamente, o Método dos Elementos Finitos se baseia na discretização de um domínio contínuo, que será representado por um conjunto de elementos finitos, com suas propriedades originais mantidas. Aplicando esse conhecimento ao modelo numérico, uma estrutura deve ser discretizada em uma quantidade de elementos suficiente para garantir a precisão dos resultados.

Feita a discretização, é preciso nomear os nós e os elementos do modelo e verificar a quantidade de trechos existentes, visto que existe uma ordem de leitura a ser seguida pelo programa computacional (Brasiliano, 2001) para obtenção das propriedades dinâmicas. Os nós são os pontos que delimitam os elementos de barra discretizados na estrutura e os trechos são definidos a cada sequência de elementos que possuam as mesmas características.

A viga estudada neste trabalho possui 1,48 metros de comprimento e foi dividida em 30 elementos, cada um com 0,0493 m, como representa a Figura 4. O modelo numérico em questão contém 31 nós e é formado por um único trecho.

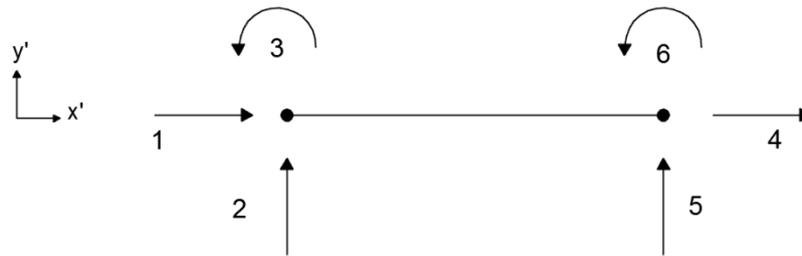
Figura 4 – Discretização do modelo numérico da viga



Fonte: Autoria própria.

Observam-se nos elementos que as componentes de deslocamentos e rotações nodais estão livres. Esses deslocamentos ou rotações são chamados de deslocabilidades, e estão associados ao grau de liberdade da estrutura. No estudo apresentado, em cada elemento de barra existem 6 deslocabilidades, com 3 graus de liberdade por nó, como mostra a Figura 5. Não existem restrições nos apoios, uma vez que foram adotadas condições de contorno livre-livre para o estudo da viga, informação também fornecida ao programa computacional.

Figura 5 – Deslocabilidades em um elemento



Fonte: Autoria própria.

A quantidade de deslocabilidades em um elemento de barra influencia na ordem da matriz de rigidez correspondente. Assim, cada elemento da viga terá a matriz de rigidez 6x6 apresentada na equação 15 e a matriz de rigidez final será composta por uma superposição de todas as matrizes, que serão alocadas de acordo com a conectividade dos elementos.

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} +EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & +12EI/L^3 & +6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & +6EI/L^2 \\ 0 & +6EI/L^2 & +4EI/L & 0 & -6EI/L^2 & +2EI/L \\ -EA/L & 0 & 0 & +EA/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & +12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & +6EI/L^2 & +2EI/L & 0 & -6EI/L^2 & +4EI/L \end{bmatrix} \quad (15)$$

onde:

k: Matriz de rigidez do elemento;

E: Módulo de elasticidade (KPa);

A: Área da seção (m²);

I: Momento de inércia da seção (m⁴);

L: comprimento do elemento (m).

A matriz de massa está indicada na equação 16, matriz condensada, e também é necessária para os cálculos do programa computacional. São levadas em consideração a massa específica do material, a área da seção transversal e o comprimento do elemento.

$$\mathbf{m} = \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

onde:

m: Matriz de massa do elemento;

ρ : Massa específica do alumínio (kg/m³).

A partir das considerações deste item, das propriedades físicas e geométricas apresentadas na Tabela 1 e adotando o Coeficiente de *Poisson* $\nu = 0,29$, foi feita a análise numérica do modelo em questão.

7 ANÁLISE NUMÉRICA

Analiticamente, quanto ao comportamento dinâmico de uma viga, Blevins (2001) apresenta a equação 17 para determinação das frequências naturais correspondentes aos modos de vibração, em *Hertz*.

$$f_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \left(\frac{EI}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

onde:

λ_i : parâmetro adimensional em função das condições de contorno da viga, apresentados na Tabela 2;

L: comprimento da viga;

m: massa por unidade de comprimento;

E: módulo de elasticidade longitudinal do material;

I: momento de inércia da viga;

i: modo de vibração.

Tabela 2 – Valores de λ_i para vigas de apenas um vão e condições de contorno livre-livre

Modos de Vibração	Parâmetro λ
1º Modo	4,73004
2º Modo	7,8532
3º Modo	10,9956
4º Modo	14,1372
5º Modo	17,2788

Fonte: Adaptado de Blevins (2001).

Feitas tais considerações, as frequências naturais analíticas dos correspondentes modos de vibração da viga foram calculados e encontram-se na Tabela 3.

Tabela 3 – Frequências naturais analíticas dos cinco primeiros modos de vibração

Modos de Vibração	Frequências Naturais (Hz)
1º Modo	67,02
2º Modo	184,31
3º Modo	360,49
4º Modo	594,53
5º Modo	886,06

Fonte: Autoria própria.

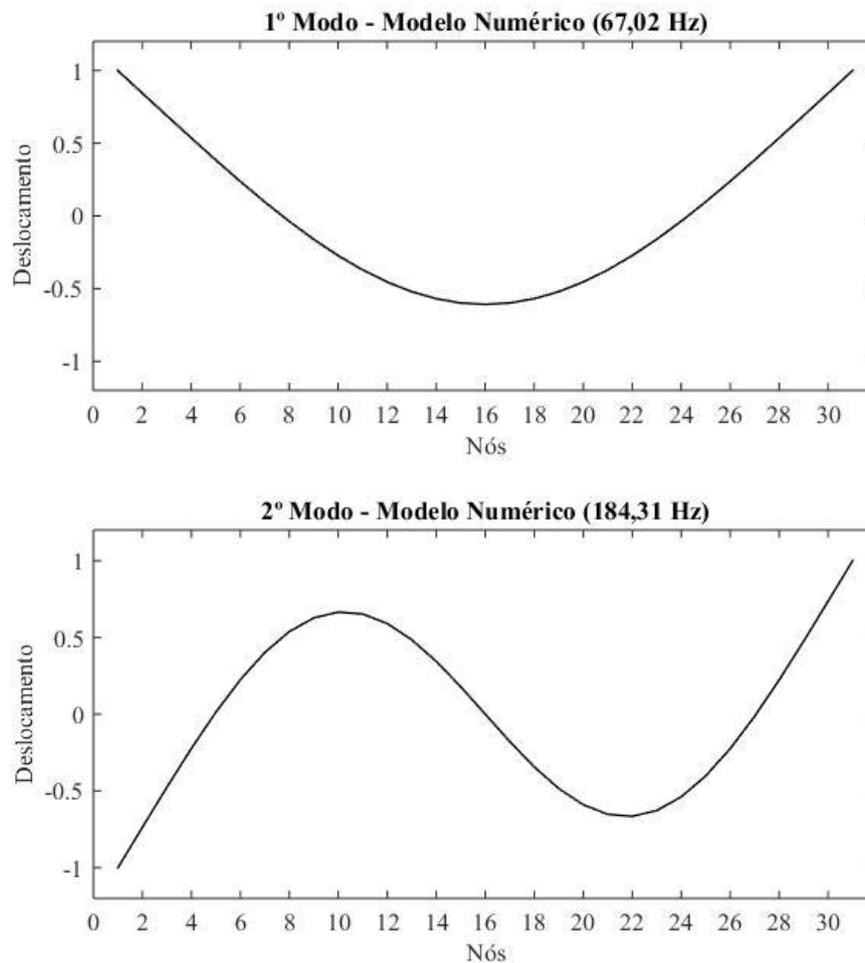
Os resultados encontrados analiticamente servem como referência para a identificação das propriedades dinâmicas a partir do modelo numérico. O programa utilizado para a análise numérica foi proposto por Brasiliano (2001) e apresenta como resultados as frequências naturais e os modos de vibração da estrutura, que constam na Tabela 4 e nas Figuras 6 e 7, respectivamente.

Tabela 4 – Frequências naturais teóricas dos cinco primeiros modos de vibração

Modos de Vibração	Frequências Naturais (Hz)
1° Modo	67,02
2° Modo	184,31
3° Modo	360,49
4° Modo	594,53
5° Modo	886,06

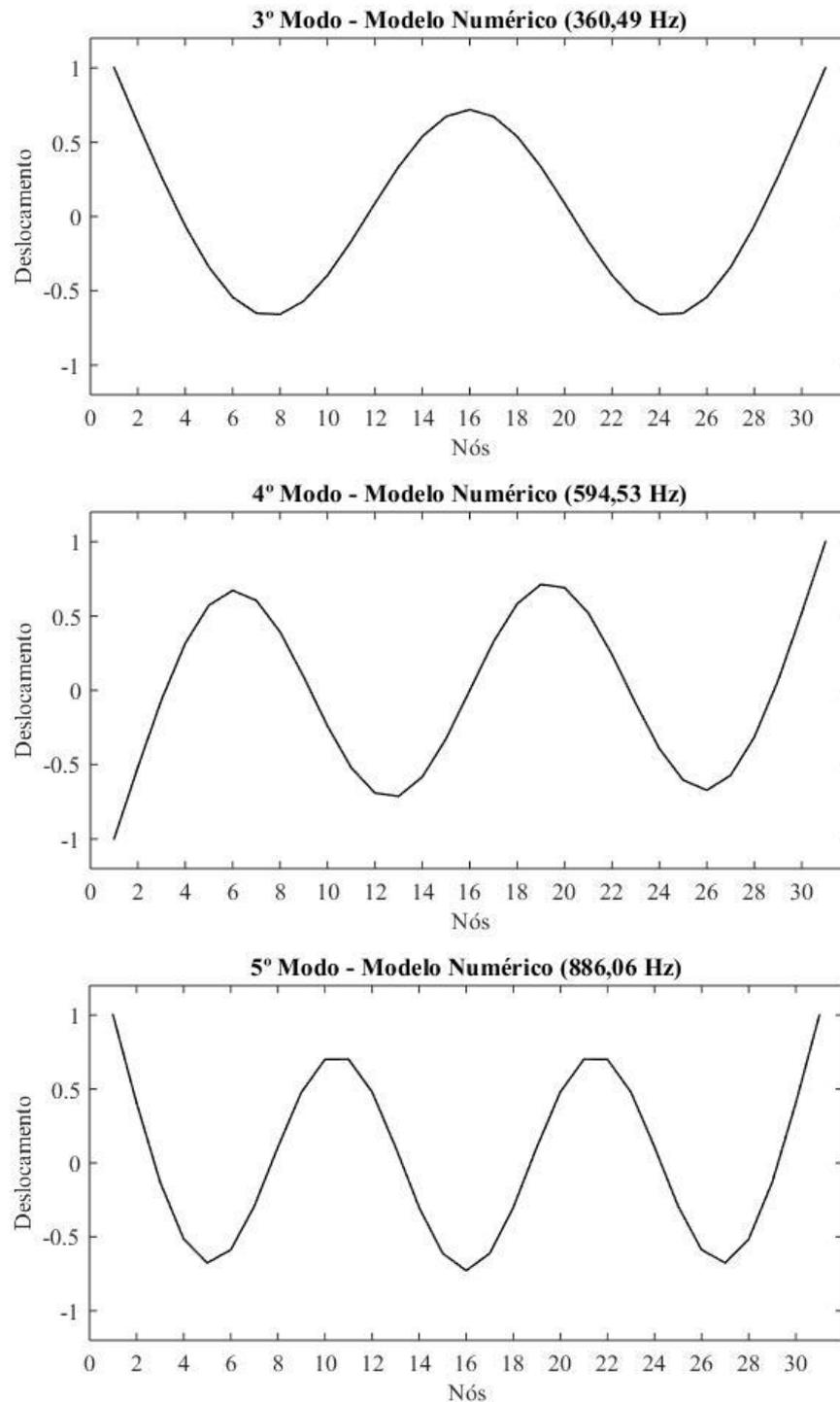
Fonte: Autoria própria.

Figura 6 – 1° e 2° modos de vibração da viga obtidos no modelo numérico



Fonte: Autoria própria.

Figura 7 – 3º, 4º e 5º modos de vibração da viga obtidos no modelo numérico



Fonte: Autoria própria.

Um dos motivos que torna importante a identificação dos parâmetros modais de uma estrutura é a verificação da existência de danos, visto que uma estrutura danificada tem suas características dinâmicas alteradas. Autores como Peeters (2000) e Brasiliano (2001) utilizam as frequências naturais e os modos de vibração para identificar e localizar danos em estruturas.

No estudo desenvolvido por Falcão (2018), foi inserido um dano na mesma viga analisada neste trabalho e na Tabela 5 estão apresentadas as frequências naturais teóricas, encontradas para o modelo numérico da viga danificada. É possível perceber variações nos valores das frequências naturais, mas as alterações nos modos de vibração não são facilmente perceptíveis e para isso devem ser aplicados métodos específicos para localização de dano. Entretanto, essa etapa não faz parte do escopo deste trabalho.

Tabela 5 – Frequências naturais teóricas obtidas para a viga danificada

Modos de Vibração	Frequências Naturais (Hz)
1° Modo	64,73
2° Modo	183,54
3° Modo	354,06
4° Modo	588,50
5° Modo	876,93

Fonte: Falcão (2018).

8 ENSAIO DE VIBRAÇÃO DA VIGA

Para a realização do ensaio de vibração, a viga foi marcada em 31 pontos, conforme a discretização citada no Capítulo 6, e foi pendurada a um suporte utilizando fios de náilon para simular as condições de contorno livre-livre, como mostra a Figura 8. A excitação foi causada por batidas de um pequeno martelo, aplicadas em um mesmo ponto durante todo o ensaio. Não foi necessário medir a excitação de entrada da estrutura porque os métodos de identificação a serem utilizados neste trabalho dependem apenas da resposta dinâmica, ou seja, dos dados de saída (*output only*).

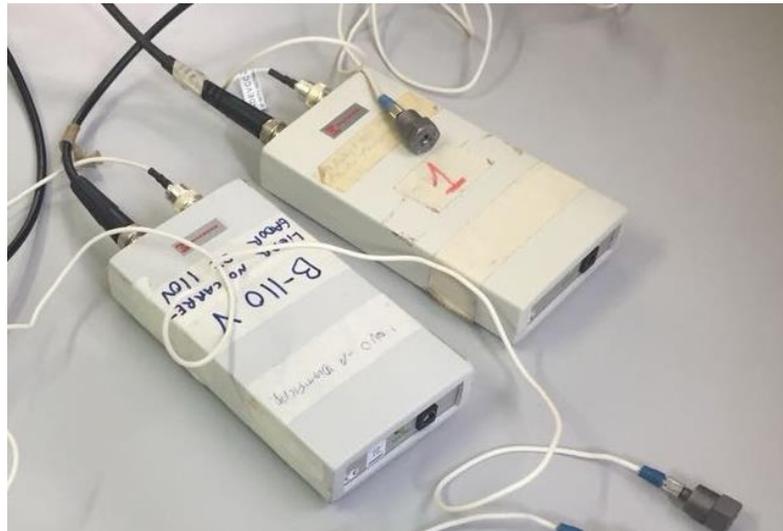
Figura 8 – Viga pendurada ao suporte para simular as condições de contorno livre-livre



Fonte: Autoria própria.

Foram utilizados dois acelerômetros piezoelétricos da marca Endevco, linha ISOTRON®, modelo 752A13, com sensibilidade de 1034 mV/g, conectados a dois condicionadores de sinal da mesma marca, conforme Figura 9. A massa de cada acelerômetro é de 12,76 g, porém estas foram desprezadas, pois correspondem a apenas 1% da massa da viga, de forma que não influenciam nos resultados experimentais. O modelo numérico proposto no Capítulo 6 também não considera as massas dos acelerômetros pelos mesmos motivos.

Figura 9 – Acelerômetros conectados aos condicionadores de sinal

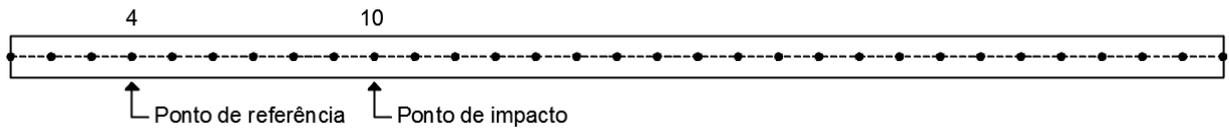


Fonte: Autoria própria.

Para a aquisição de dados, o *software SignalCalc ACE*, instalado no computador, permitiu a configuração dos ensaios e a visualização dos sinais à medida que estes eram adquiridos. O equipamento foi configurado para registrar as acelerações obtidas em dois canais, correspondentes aos dois acelerômetros. Adotou-se um instante de tempo (Δt) de $3,906 \times 10^{-4}$ s, resultando em uma frequência de amostragem $\left(\frac{1}{\Delta t}\right)$ de 2560 Hz e uma frequência de corte ou de Nyquist $\left(\frac{1}{2\Delta t}\right)$ de 1280 Hz. O tempo total de cada ensaio foi de 3,2s, totalizando 8192 pontos. O *software* considerou uma média de três aquisições de sinal por nó para a obtenção das acelerações.

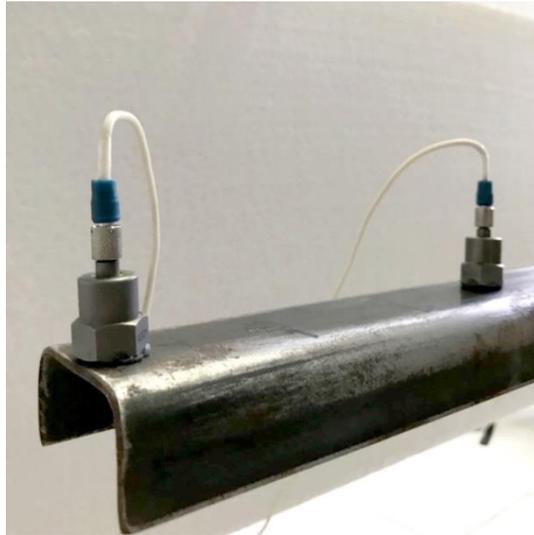
Os acelerômetros foram posicionados de forma a medir as acelerações na direção vertical, e assim identificar os modos de vibração vertical da viga. Como a amplitude dos sinais de resposta varia em cada ensaio, devido às diferentes excitações, é necessário adotar um ponto fixo para servir como referência na aplicação dos métodos de identificação. Assim, o acelerômetro ligado ao canal 1 permaneceu no nó 4, enquanto o acelerômetro do canal 2 variou de posição, percorrendo os outros 30 nós da estrutura. O ensaio foi realizado para vários pontos para que as coordenadas dos nós em cada modo de vibração fossem obtidas. A Figura 10 mostra o ponto de referência e o ponto de impacto de todos os ensaios e é possível ver os acelerômetros dispostos na viga em um dos testes na Figura 11.

Figura 10 – Vista da viga mostrando os pontos de referência e de impacto dos ensaios



Fonte: Autoria própria.

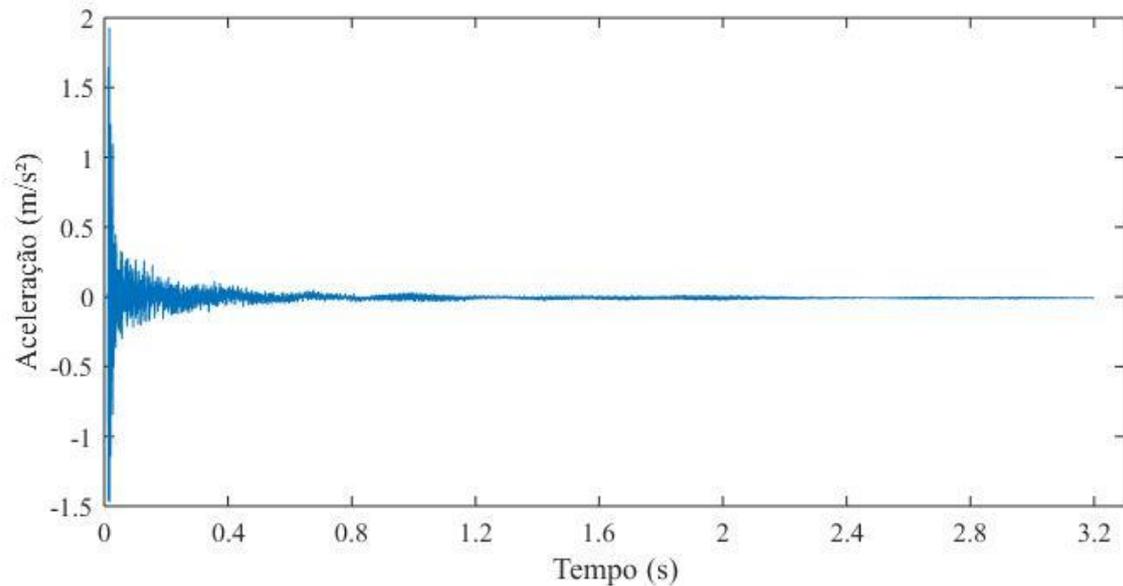
Figura 11 – Acelerômetro móvel no nó 1 e acelerômetro fixo no nó 4



Fonte: Autoria própria.

A seguir, na Figura 12, apresenta-se o sinal de aceleração medido no ponto de referência, considerando a média das aquisições de todos os ensaios.

Figura 12 – Aceleração no ponto de referência (nó 4)



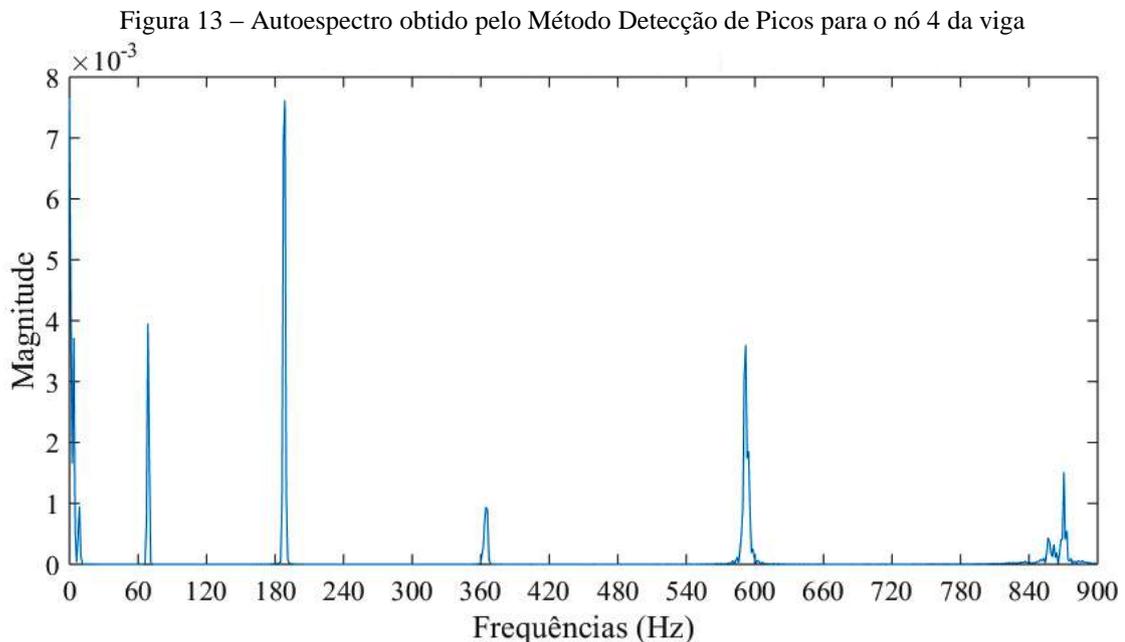
Fonte: Autoria própria.

9 ANÁLISE EXPERIMENTAL

Neste Capítulo, serão aplicados os métodos de identificação dos parâmetros modais aos dados obtidos experimentalmente nos ensaios de vibração. Para o estudo deste trabalho foram escolhidos o Método da Detecção de Picos, no domínio da frequência, e o método de Identificação Estocástica de Subespaços, atuando no domínio do tempo. Os conceitos e a aplicação de ambos os métodos estão de acordo com o que foi apresentado no Capítulo 4, itens 4.4 e 4.5.

9.1 Método da Detecção de Picos (*Peak Picking Method – PPM*)

A obtenção dos resultados a partir do Método da Detecção de Picos foi feita utilizando um programa computacional, que calcula a função densidade espectral de potência através do periodograma de Welch (WELCH, 1967). A Figura 13 abaixo, apresenta o autoespectro encontrado no nó 4 viga, posição em que estava o acelerômetro de referência. De acordo com o método, os picos do autoespectro indicam as frequências naturais da estrutura.



Fonte: Autoria própria.

Devido às condições de contorno livre-livre da viga, esta apresenta vibrações como corpo rígido, cuja frequência é zero. Tal comportamento não é significativo para o estudo das

propriedades dinâmicas deste trabalho. Contudo, essa é uma possível explicação para o pico duplo próximo à frequência zero, observado na Figura 13.

Também se percebe um pico duplo na frequência do 4º modo de vibração, e uma má formação no pico correspondente ao 5º modo. O provável motivo é que não houve energia suficiente para definir os picos, uma vez que é preciso fornecer uma energia maior à estrutura para atingir frequências superiores. Como os acelerômetros utilizados possuíam alta sensibilidade, a excitação provocada pelo martelo utilizado nos ensaios deveria ser fraca, para não desestabilizar o equipamento. Ainda assim, foi possível identificar as frequências naturais dos cinco primeiros modos de vibração, evidenciadas na Tabela 6.

Tabela 6 – Frequências da viga para os cinco primeiros modos pelo PPM

Modos de Vibração	Frequências Naturais (Hz)
1º Modo	68,69
2º Modo	188,56
3º Modo	364,60
4º Modo	592,01
5º Modo	870,50

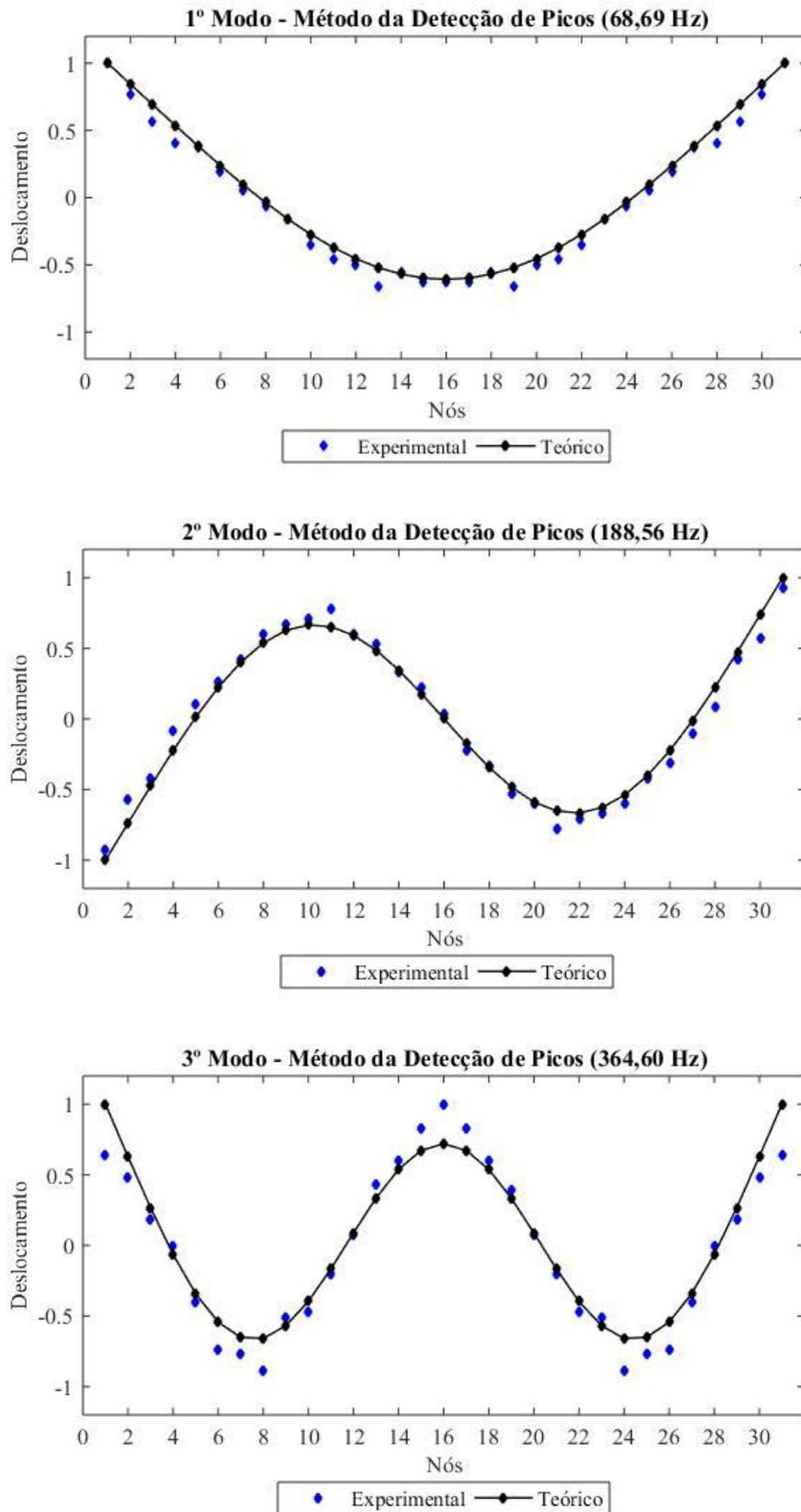
Fonte: Autoria própria.

Quanto aos modos de vibração, relacionou-se a magnitude dos picos em cada ponto da viga com a magnitude do pico de mesma frequência no ponto de referência, determinando a amplitude de cada modo. A direção é a mesma dos acelerômetros e o sentido é definido pelo ângulo de fase dos espectros cruzados, segundo Palazzo (2001 *apud* BRASILIANO, 2005).

Através do Método da Detecção de Picos, os três primeiros modos de vibração foram bem definidos. O mesmo não ocorreu para o 4º e o 5º modo, que apresentaram uma maior dispersão de resultados devido à incerteza em seus picos. Tal questão não interferiu na identificação das frequências naturais, como dito anteriormente, porém influenciou na determinação das configurações modais correspondentes.

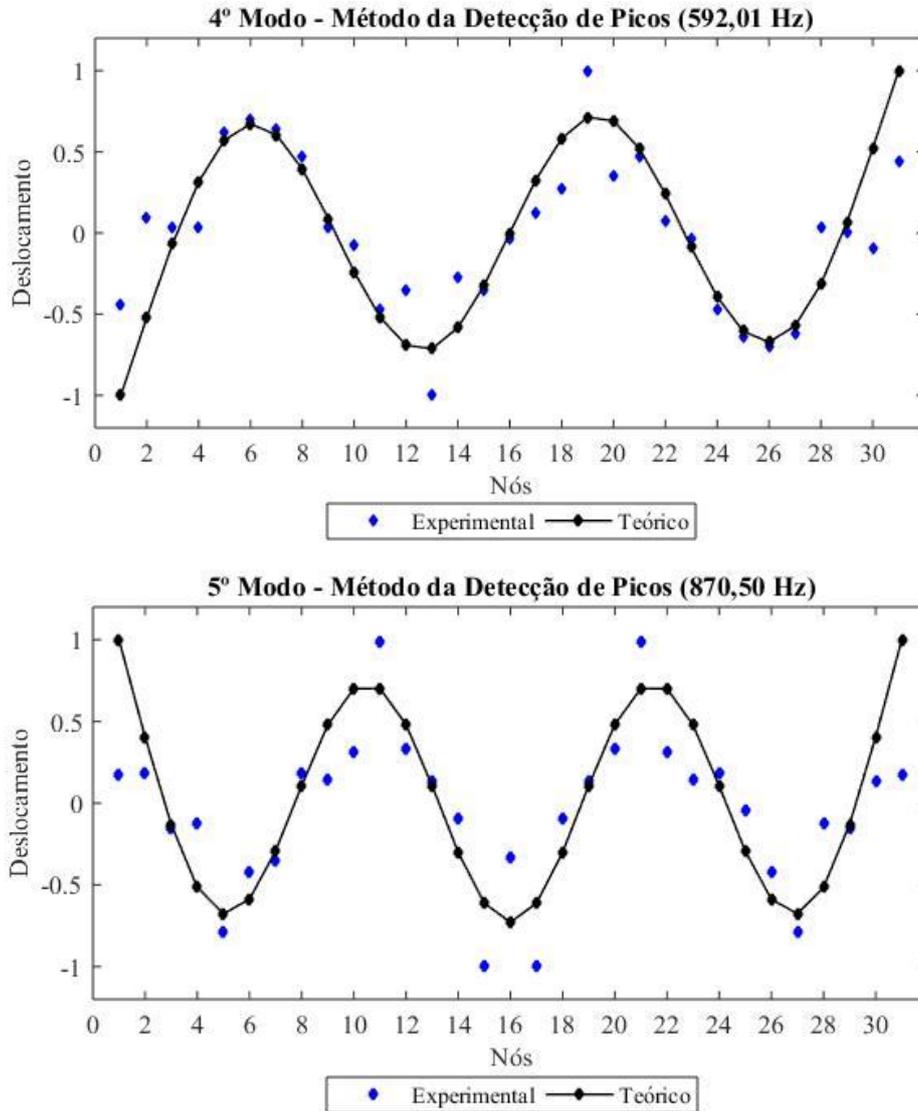
É importante ressaltar que, por se tratar de testes experimentais, as coordenadas de cada modo devem ser analisadas. A simetria da estrutura permite que as coordenadas incoerentes sejam substituídas pela coordenada simétrica. Além disso, o modelo numérico também serve como referência para tais correções. A seguir, nas Figuras 14 e 15, têm-se todos os resultados encontrados para as configurações modais, após terem sido feitos os devidos ajustes.

Figura 14 – Três primeiros modos de vibração da viga pelo Método da Detecção de Picos



Fonte: Autoria própria.

Figura 15 – Resultados para o 4º e 5º modo pelo Método da Detecção de Picos



Fonte: Autoria própria.

De acordo com o proposto por Clough e Penzien (1993), a taxa de amortecimento da viga foi determinada em 0,8%. Para magnitudes que sejam $\frac{1}{\sqrt{2}}$ da magnitude do pico da primeira frequência, encontraram-se as frequências de 68,23 Hz e 69,33 Hz e estas foram relacionadas como mostra a equação 18.

$$\zeta_r = \frac{69,33 - 68,23}{69,33 + 68,23} = 0,00796 \cong 0,8\% \quad (18)$$

9.2 Método de Identificação Estocástica Baseado na Covariância das Respostas de Referência (*Reference-Based Covariance-Driven Stochastic Realization* – SSI-COV/ref)

O método SSI-COV/ref foi aplicado em 30 etapas, em que cada uma correspondia ao ensaio realizado em um nó e contava com as respostas dinâmicas do nó de referência e do nó que se desejava medir. A elaboração do diagrama de estabilização foi dispensada, visto que poucos polos foram identificados pelo método, possivelmente por terem sido usados apenas dois acelerômetros ou pela pouca energia fornecida nos ensaios. Assim, com o auxílio dos valores determinados no modelo numérico, foi possível identificar as propriedades dinâmicas correspondentes aos polos estáveis. A Tabela 7 abaixo indica as frequências naturais encontradas pelo método para os cinco primeiros modos de vibração.

Tabela 7 – Frequências da viga para os cinco primeiros modos pelo método SSI-COV/ref

Modos de Vibração	Frequências Naturais (Hz)
1° Modo	68,15
2° Modo	187,82
3° Modo	364,41
4° Modo	593,65
5° Modo	863,22

Fonte: Autoria própria.

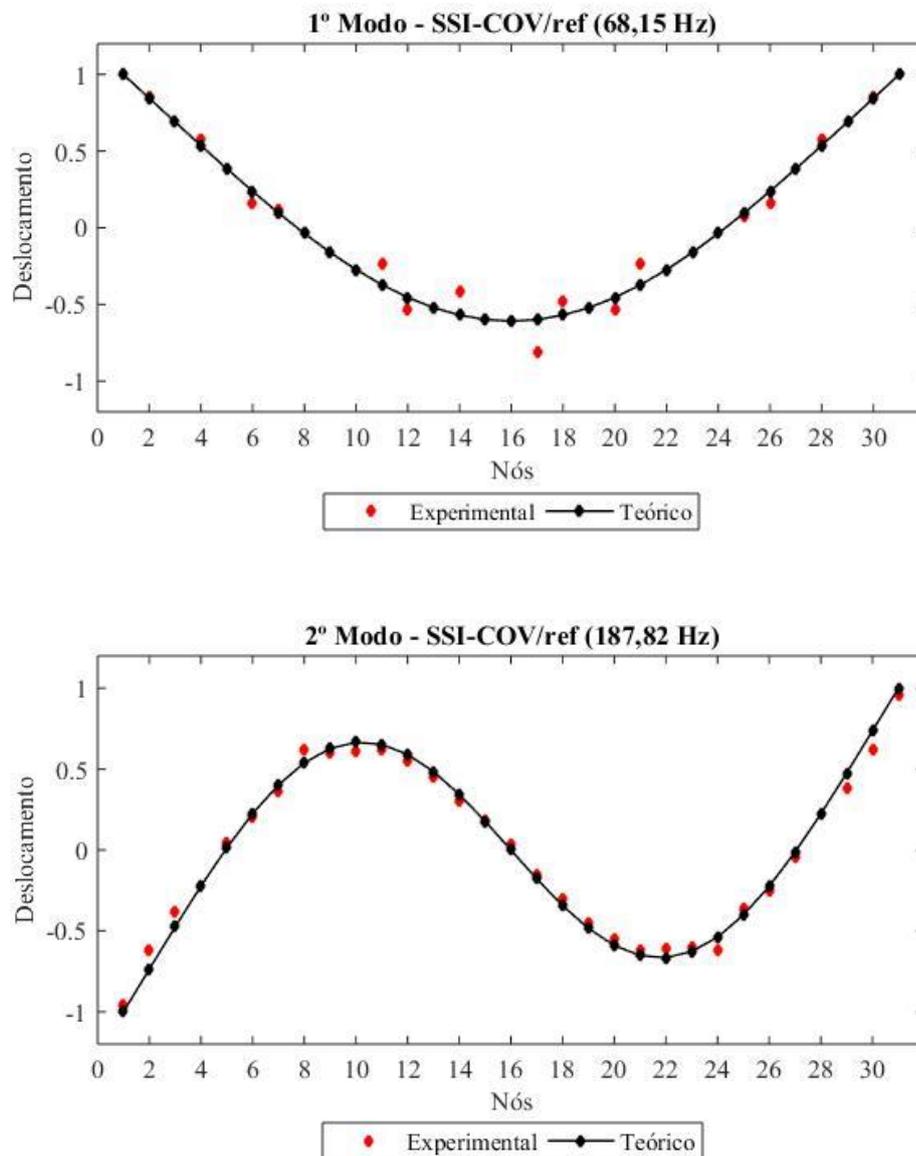
Como o método é desenvolvido em etapas, os registros adquiridos em cada ensaio permitiam identificar partes dos modos de vibração. Ou seja, na etapa 1, foram obtidas as coordenadas dos modos no ponto 1 e no ponto de referência no nó 4. Na etapa 2, além do registro de referência, foram determinadas as coordenadas dos modos no ponto 2, e assim sucessivamente.

As partes dos modos identificadas foram agrupadas com o auxílio do acelerômetro de referência, que estava fixo em um ponto comum a todas as etapas. Contudo, como a magnitude da excitação varia aleatoriamente em cada ensaio, foi necessário calcular um fator de escala entre duas etapas. Para dois ou mais acelerômetros de referência, Peeters (2000) identifica o fator através do método dos mínimos quadrados. No caso de apenas um sensor de referência, a escala é dada pela razão entre a coordenada de referência da etapa que se deseja ajustar, pela coordenada de referência da etapa que padronizará as demais.

Dentre os resultados, foi observado que para o 1º modo de vibração, poucos nós da viga tiveram seus deslocamentos identificados pelo método. Possíveis razões podem ser a quantidade pequena de sensores utilizados, ou ainda as condições de ensaio. Nos demais modos, suas coordenadas foram bem definidas na maioria dos pontos.

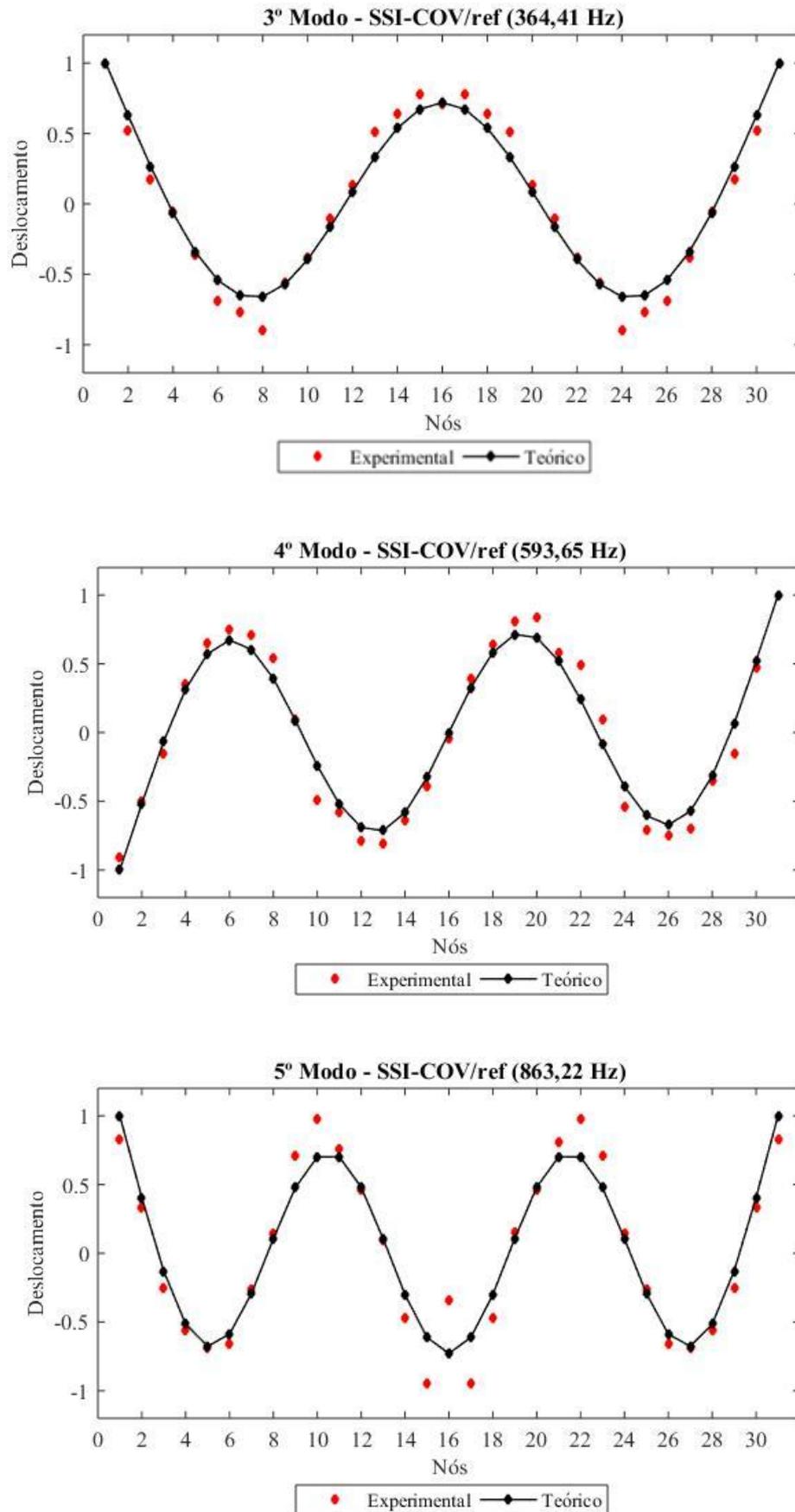
As Figuras 16 e 17 a seguir apresentam os cinco primeiros modos de vibração da viga obtidos pelo método. Assim como foi feito para o Método da Detecção de Picos, os resultados precisaram ser ajustados considerando a simetria da viga. Quanto à taxa de amortecimento, encontrou-se um valor de 0,3%, de acordo com o proposto por Rahman (2012) e Schanke (2015).

Figura 16 – 1º e 2º modos de vibração da viga identificados pelo método SSI-COV/ref



Fonte: Autoria própria.

Figura 17 – 3º, 4º e 5º modos de vibração da viga identificados pelo método SSI-COV/ref



Fonte: Autoria própria.

10 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

Enquanto a análise numérica é feita em condições ideais, a análise experimental verifica aquilo que ocorre na realidade, onde o modelo está sujeito a interferências externas, além de haver imprecisões nas formas de medição e no equipamento. Portanto, espera-se que os resultados numéricos e experimentais não sejam exatamente iguais, mas eles devem ser próximos o suficiente para garantir a validação do modelo e a obtenção de resultados coerentes.

Nesse sentido, também é objetivo do trabalho analisar o desempenho de cada método na identificação das características dinâmicas da viga, comparando seus resultados. A Tabela 8 abaixo reúne as frequências naturais encontradas ao longo de todo o estudo para os cinco primeiros modos de vibração. Na análise experimental, os dois métodos empregados encontraram frequências que podem ser consideradas coerentes com o que foi previsto no modelo numérico.

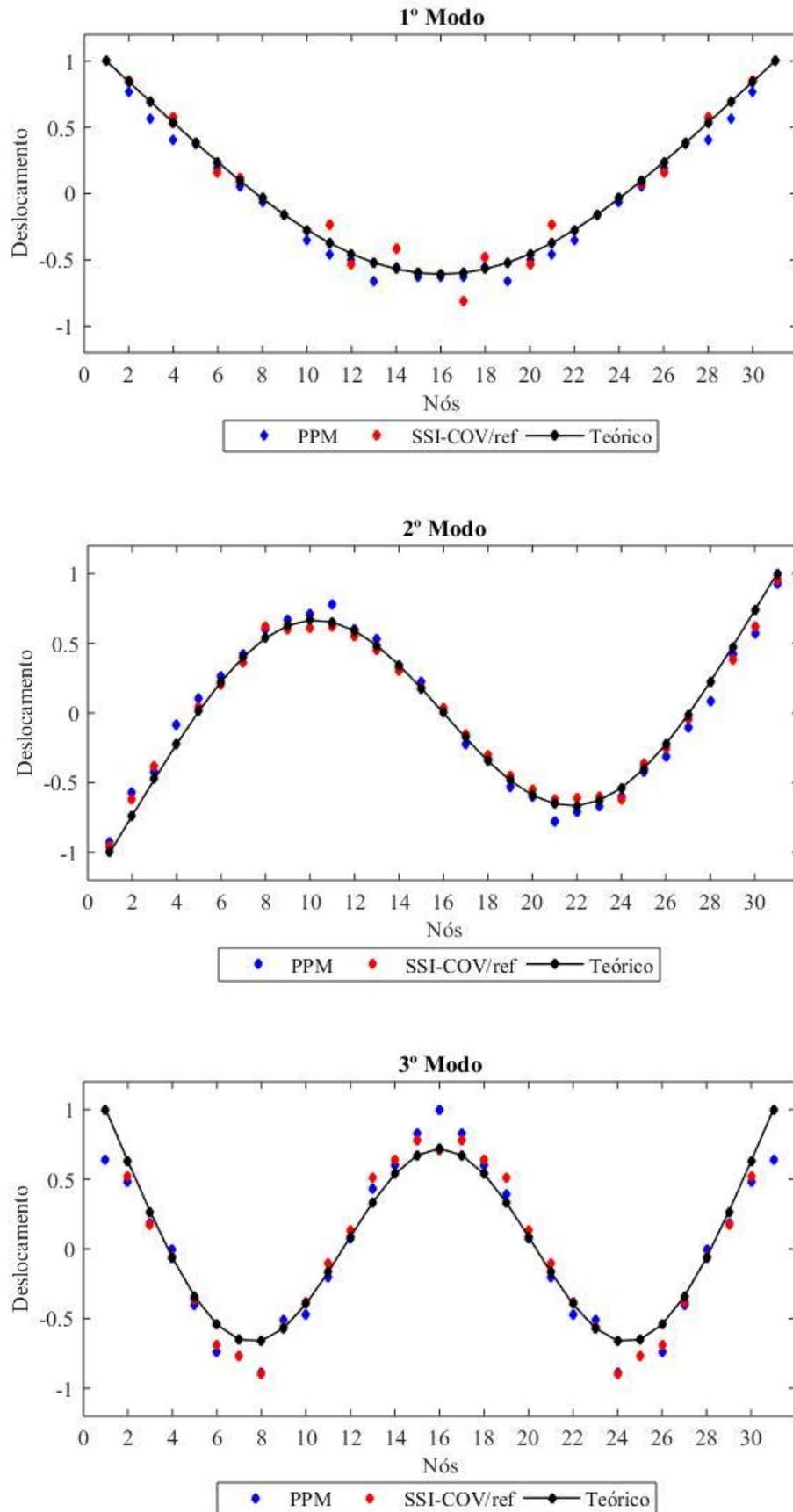
Tabela 8 – Frequências naturais da viga obtidas numericamente e experimentalmente

Modos de Vibração	Frequências Naturais (Hz)			
	Analítico (BLEVINS, 2001)	Modelo numérico	PPM	SSI-COV/ref
1º Modo	67,16	67,02	68,69	68,15
2º Modo	185,13	184,31	188,56	187,82
3º Modo	362,93	360,49	364,60	364,41
4º Modo	599,94	594,53	592,01	593,65
5º Modo	896,21	886,06	870,50	863,22

Fonte: Autoria própria.

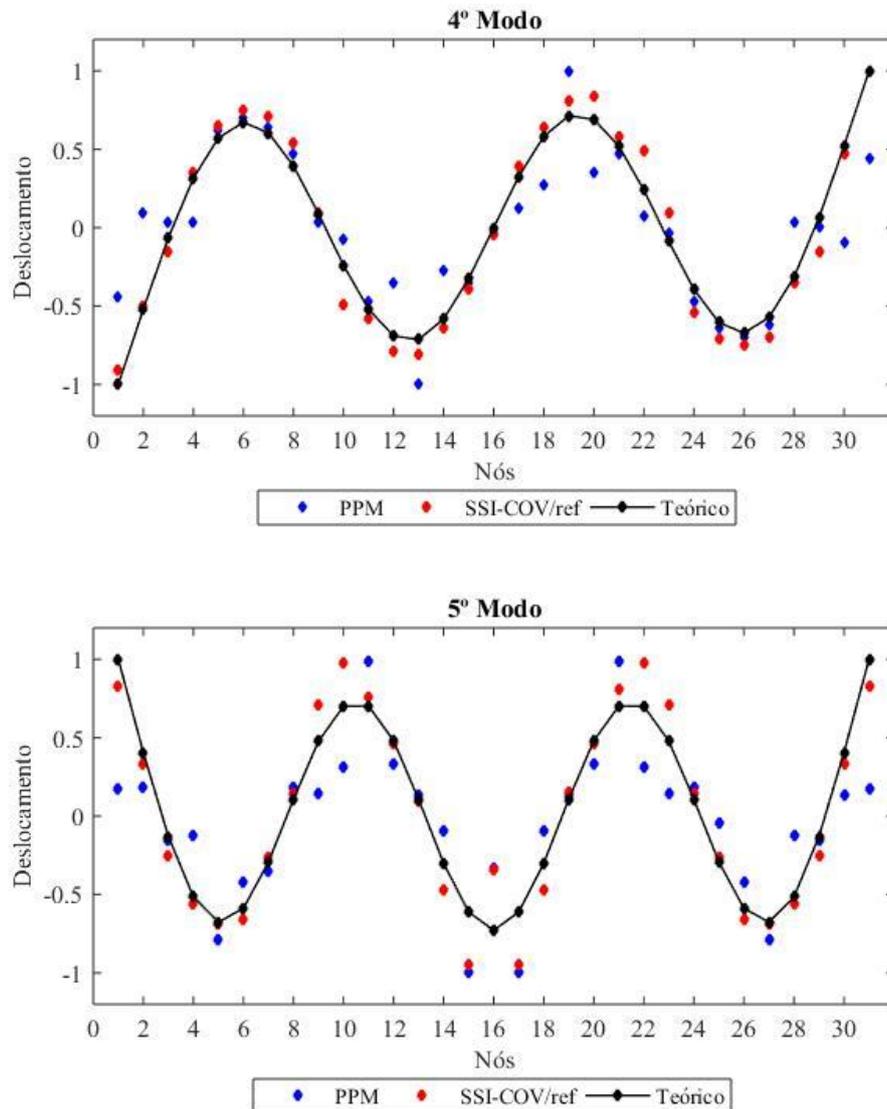
Para a identificação das configurações modais, os resultados obtidos pelo método SSI-COV/ref foram considerados mais satisfatórios, visto que foi possível identificar os cinco primeiros modos de vibração da viga. O Método da Detecção de Picos, por sua vez, não pôde definir o 4º e o 5º modo devido à imprecisão das coordenadas, possivelmente acarretada pela pouca energia fornecida, conforme explicado no Capítulo 9, item 9.1. A Figura 18 a seguir compara as configurações modais identificadas pelos métodos para os três primeiros modos de vibração. Na Figura 19, é possível observar a dispersão dos resultados encontrados pelo Método da Detecção de Picos no 4º e 5º modo, enquanto o SSI-COV/ref apresentou coordenadas mais próximas do esperado.

Figura 18 – Sobreposição das coordenadas para os três primeiros modos de vibração



Fonte: Autoria própria.

Figura 19 – Sobreposição das coordenadas obtidas para o 4º e 5º modo de vibração



Fonte: Autoria própria.

A taxa de amortecimento, por sua vez, foi determinada em 0,8% pelo Método da Detecção de Picos e em 0,3% pelo SSI-COV/ref. Autores como Peeters (2000) e Rahman (2012) também apontam em seus estudos valores distintos para as taxas de amortecimento obtidas em cada método. Segundo Peeters (2000, p. 97), a equação da meia potência utilizada no Método da Detecção de Picos não obtém resultados confiáveis, pois as considerações feitas na aplicação do método podem provocar alterações no valor da taxa.

É importante lembrar que não existe um método melhor do que outro, e sim aquele que se adequa melhor ao contexto em que está inserido. A depender da estrutura e das condições de ensaio e de pesquisa, os métodos podem apresentar precisões diferentes das encontradas nesse trabalho, além de haver outros métodos na análise modal que também podem identificar as propriedades dinâmicas de forma satisfatória.

11 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi possível identificar os parâmetros modais de uma viga de aço livre-livre através de estudos numéricos e experimentais. A análise numérica mostrou resultados satisfatórios e o modelo numérico foi validado, servindo assim como ferramenta auxiliar na identificação experimental das propriedades. Tanto o Método da Detecção de Picos, como o SSI-COV/ref apresentaram resultados coerentes, sendo que este identificou com maior precisão os deslocamentos de todos os nós nos cinco primeiros modos de vibração, com exceção do 1º modo.

Na aplicação dos métodos, observou-se que o Método da Detecção de Picos é mais simples e permite que as características dinâmicas sejam identificadas de forma mais rápida, o que justifica ser um dos mais utilizados na engenharia civil. Contudo, em cada modo de vibração, é preciso encontrar os picos e suas magnitudes de todos os pontos quase que manualmente. O SSI-COV/ref, por sua vez, não tem a mesma simplicidade e como só estavam disponíveis dois acelerômetros para os ensaios, o processo de aplicação do método teve que se repetir em 30 etapas.

Dessa forma, para a escolha do método de identificação mais adequado deve-se levar em consideração o tipo de estrutura, o tempo de processamento e de análise manual das respostas e a precisão requerida, entre outros aspectos que possam estar inseridos no contexto. As condições de ensaio, como a quantidade de sensores utilizados, escolha do ponto de referência e de impacto e simulação das condições de contorno, também podem influenciar nos resultados.

Como sugestão para trabalhos futuros, outros métodos de identificação podem ser utilizados para análise da viga. Também pode ser feita uma comparação das propriedades dinâmicas entre uma estrutura com e sem dano, de forma mais detalhada. Além disso, a identificação dos parâmetros modais de estruturas diversas, como vigas com mais de um vão ou pórticos planos, é interessante para verificar o desempenho dos métodos e as considerações necessárias para a obtenção de resultados.

REFERÊNCIAS

- BLEVINS, R. D. **Formulas for Natural Frequency and Mode Shape**. Reprint Edition. Malabar Florida: Krieger Publishing Company, 2001.
- BORGES, J. G. O. **Avaliação de Métodos Baseados na Decomposição no Domínio da Frequência para Identificação Modal de Estruturas**. 2010. 97 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)–Centro de Ciência e Tecnologia, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2010.
- BRASILIANO, A. **Caracterização de Danos em Estruturas Aporticadas**. 2001. 108 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil)–Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2001.
- BRASILIANO, A. **Identificação de Sistemas e Atualização de Modelos Numéricos com Vistas à Avaliação da Integridade Estrutural**. 2005. 222 f. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil)–Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2005.
- CARVALHAL, F. J.; COSTA, C. de O.; AZEVEDO, F. S. **Elementos de Sistemas e de Análise e Processamento de Sinais**. Curso, LNEC. 1989.
- CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of Structures**. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1993.
- CORREIA DE BRITO, M. B. **Identificação das Frequências de Vibração de Modelos Estruturais Reticulados por Meio de Análise Experimental, Numérica e Analítica**. 2017. 52 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil)–Centro de Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2017.
- DIÓGENES, H. J. F. **Análise Tipológica de Elementos e Sistemas Construtivos Pré-Moldados de Concreto do Ponto de Vista de Sensibilidade a Vibrações em Serviço**. 2010. 210 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)–Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.
- FALCÃO, H. H. **Avaliação de Danos em Estruturas Reticuladas por Meio das Propriedades Dinâmicas**. 2018. 87 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil)–Centro de Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2018.
- FELBER, A. J. **Development of a Hybrid Bridge Evaluation System**. 1993. 227 p. PhD Thesis–Department of Civil Engineering, The University of British Columbia, Vancouver, Canada, 1993.
- GÓMEZ ARAÚJO, I. D.; VILLALBA MORALES, J. D.; ELIAS LAIER, J. **Métodos de Identificação no Domínio da Frequência para Análise Modal Experimental: Teoria e Revisão**. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, São Carlos, v. 17, n. 67, p. 53-85, 2017.
- MARTHA, L. F. **Análise de Estruturas: Conceitos e Métodos Básicos**. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

MENDES, P. **Dinâmica de Estruturas**. 2012. 169 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)–Área Departamental de Engenharia Civil, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Lisboa, 2012.

MENDES, P.; OLIVEIRA, S. **Análise Dinâmica de Estruturas: Utilização Integrada de Modelos de Identificação Modal e Modelos de Elementos Finitos**. 2008. 163 p. Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, 2008.

NUNES JUNIOR, O. A. **Identificação dos Parâmetros Modais Utilizando Apenas as Respostas da Estrutura: Identificação no Domínio do Tempo**. 2006. 111 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)–Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006.

PALAZZO, G. L. **Identificación del Daño Estructural a través del Cambio en las Propiedades Dinámicas**. 2001. Tesis de Magíster em Ingeniería Estructural–Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, Universidad Nacional de Tucumán, 2001.

PEETERS, B. **System Identification and Damage Detection in Civil Engineering**. 2000. 238 p. PhD Thesis–Faculteit Toegepaste Wetenschappen, Katholieke Universiteit Leuven, Leuven, Belgium, 2000.

PEETERS, B.; DE ROECK, G. Reference-based Stochastic Subspace Identification for Output-only Modal Analysis. **Mechanical Systems and Signal Processing**, 1999. Disponível em: <<https://www.semanticscholar.org/paper/Reference-based-Stochastic-Subspace-Identification-Peeters/cd69755c59b852310921dc2e51caca5c4857f5c2>>. Acesso em: 24 mar. 2018.

PEETERS, B.; DE ROECK, G. Stochastic System Identification for Operational Modal Analysis: A Review. **Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, v. 123, p. 659-667, 2001. Disponível em: <<http://people.duke.edu/~hpgavin/SystemID/References/Peeters-JDSC-2001.pdf>>. Acesso em: 24 mar. 2018.

RAHMAN, M. S. **Comparison of System Identification Techniques with Field Vibration Data for Structural Health Monitoring of Bridges**. 2012. 158 p. Master Thesis–Faculty of Graduate Studies and Postdoctoral, Carleton University, Ottawa, Canada, 2012.

REN, W. X.; ZONG, Z. H. Output-Only Modal Parameter Identification of Civil Engineering Structures. **Structural Engineering and Mechanics**, Fujian Province, China, v. 17, 2003.

REYNDERS, E. **System Identification Methods and Modal Analysis in Structural Mechanics**. 2009. 293 p. PhD Thesis–Faculteit Ingenieurswetenschappen, Katholieke Universiteit Leuven, Leuven, Belgium, 2009.

SCHANKE, A. S. **Operational Modal Analysis of Large Bridges**. 2015. 151 p. Masteroppgave–Fakultet for Ingeniorvitenskap og Teknologi, Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet, Trondheim, Norway, 2015.

WELCH, P. D. The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra: A Method Based of Time Averaging Over Short, Modified Periodograms. **IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics**, v. 15, n. 2, 1967. Disponível em: <<https://www.utd.edu/~cpb021000/EE%204361/Great%20DSP%20Papers/Welchs%20Periodogram.pdf>>. Acesso em: 14 abr. 2018.