



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**AVALIAÇÃO DE DANOS EM ESTRUTURAS RETICULADAS  
POR MEIO DAS PROPRIEDADES DINÂMICAS**

HENNAN HEIM FALCÃO

JOÃO PESSOA

2018

HENNAN HEIM FALCÃO

**AVALIAÇÃO DE DANOS EM ESTRUTURAS RETICULADAS  
POR MEIO DAS PROPRIEDADES DINÂMICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado à Coordenação do Curso de  
Graduação de Engenharia Civil da  
Universidade Federal da Paraíba, como  
requisito para a obtenção do título de Bacharel  
em Engenharia Civil.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Andrea  
Brasiliano

JOÃO PESSOA

2018

**Catálogo na publicação**  
**Seção de Catalogação e Classificação**

F178a Falcao, Hennan Heim.  
Avaliação de danos em estruturas reticuladas por meio das  
propriedades dinâmicas / Hennan Heim Falcao. - João Pessoa, 2018.  
88 f. : il.

Orientação: Andrea Brasiliano.  
Monografia (Graduação) - UFPB/Tecnologia.

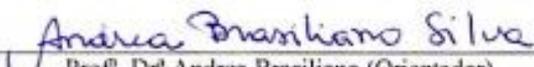
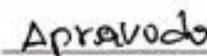
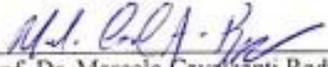
1. Estruturas. 2. Danos. 3. Frequências Naturais. 4. Modos de  
Vibração. I. Brasiliano, Andrea. II. Título.

UFPB/BC

HENNAN HEIM FALCÃO

AVALIAÇÃO DE DANOS EM ESTRUTURAS RETICULADAS POR MEIO DAS  
PROPRIEDADES DINÂMICAS

Trabalho de Conclusão de Curso em 13/06/2018 perante a seguinte Comissão Julgadora:

 Prof. Dr. Andrea Brasiliano (Orientador) Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UEPB	
 Prof. Dr. Hidelbrando José Parkat Diógenes Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UEPB	
 Prof. Dr. Marcelo Cavalcanti Rodrigues Departamento de Engenharia Mecânica do CT/UEPB	

  
Prof. Ana Cláudia Fernandes Medeiros Braga  
Matrícula Siape: 1668619  
Coordenadora do Curso de Graduação em Engenharia Civil

## **DEDICATÓRIA**

Aos meus pais que sempre batalharam e fizeram de tudo para que eu chegasse até aqui.

À minha avó Harda (*in memoriam*) que sempre será o meu maior exemplo de força e determinação.

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, que sempre me deram todo o suporte necessário e estiveram presentes em todos os momentos, compartilhando cada conquista ao longo da graduação.

À professora orientadora Andrea Brasiliano, pela paciência, dedicação e por todo conhecimento compartilhado. Fica aqui registrada minha admiração pela excelente profissional e pessoa que és.

Ao professor Hidelbrando Diógenes por ser sempre solícito e principalmente por ter nos cedido sua sala para realização de todos os ensaios.

À Chiara e Gabriel pela disponibilidade para ajudar na realização dos ensaios.

A todos os meus amigos que acompanharam minha trajetória durante a graduação assim como todos os professores que contribuíram para a minha formação.

Ao professor Marcelo Cavalcanti Rodrigues por ter cedido um pouco do seu tempo e aceitado participar da banca examinadora.

## RESUMO

As estruturas sofrem diversos tipos de deterioração, não só devido a fenômenos naturais, mas também devido a ação de carregamentos de variadas magnitudes que quando combinados podem culminar no aparecimento de danos. Estes danos podem comprometer a capacidade de carga e conseqüentemente a segurança e a vida útil das estruturas, fazendo-se necessário o estudo de técnicas de inspeção que permitam identificá-los de maneira precoce e com menor custo possível. Os danos são caracterizados por uma perda de rigidez local que são responsáveis por causar alterações nos parâmetros dinâmicos da estrutura, como frequências naturais e modos de vibração. Neste trabalho são utilizados dois métodos para localização de dano, o Método do Erro na Equação de Movimento (Genovese, 2000; Brasiliano, 2001; Araújo, 2013) e as técnicas APC (*Approximate Parameter Change*) e DSM (*Damage Signature Matching*) (Lam *et al.*, 1998) que são baseados na comparação entre os modos de vibração de uma estrutura intacta e danificada. Através de uma análise numérica, e experimental foi possível fazer uma comparação entre os métodos. Para a análise experimental foi ensaiado um modelo físico de uma viga de aço livre-livre, a fim de validar os resultados obtidos numericamente.

**Palavras-chave:** Estruturas, Dano, Modos de Vibração, Frequências Naturais.

## ABSTRACT

The structures suffer many kinds of deterioration not only due to natural phenomena but also due to the action of loads of varied magnitude that when combined may cause the appearance of damages. These damages can affect the load capacity and therefore the security and working life of the buildings making necessary the researching of survey techniques which allows to identify them in an early and affordably way. The damage can be characterized by a local loss of stiffness which is responsible for causing alterations on the dynamic parameters such as natural frequencies and modes shapes. In this work two methods of damage localization were applied, the Error Residual Method (Genovese, 2000; Brasiliano, 2001; Araújo, 2013) and the APC (Approximate Parameter Change) and DSM (Damage Signature Matching) (Lam et al, 1998) techniques which are based on the comparison between the modes shapes of an intact and a damaged structure. Through a numerical analysis it was possible to make a comparison between the methods. It was also made an experimental analysis of a steel free-free beam in order to validate the numerical results.

**Keywords:** Structures. Damage. Mode shapes. Natural frequencies.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Elemento de barra com três graus de liberdade por nó.	26
Figura 2. Elemento de barra com dois graus de liberdade por nó.	26
Figura 3. Coeficientes de rigidez axial de uma barra prismática isolada	29
Figura 4. Coeficientes de rigidez a flexão de uma barra prismática sem articulação.	30
Figura 5. Pórtico Plano com três pavimentos (primeira condição de contorno) discretizado em 36 elementos de pórtico com três graus de liberdade por nó.	31
Figura 6. Seção transversal do pórtico plano.	32
Figura 7. Configurações de condições de contorno utilizadas (1).	33
Figura 8. Configurações de condições de contorno utilizadas (2).	34
Figura 9. Dano inserido no elemento 30.	34
Figura 10. Cenários de Redução de Inércia no elemento 30.	35
Figura 11. Terceiro modo de vibração – condição de contorno de terceiro e segundo gênero.	37
Figura 12. Terceiro modo de vibração - condição de contorno de segundo gênero	38
Figura 13. Terceiro modo de vibração - condição de contorno de segundo e primeiro gênero	38
Figura 14. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário de dano um, com redução de inércia de 71,77% no elemento 30 (Modos 1 e 2), com condensação estática.	39
Figura 15. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário de dano um, com redução de inércia de 71,77% no elemento 30 (Modos 3, 4, 5 e Multiplicação), com condensação estática	40
Figura 16. Terceiro modo de vibração para o cenário de dano 1.	42
Figura 17. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário dois com dano de 19,78% no elemento 30 (Modos 1, 2, 3 e 4), com condensação estática.	43

Figura 18. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário dois com dano de 19,78% no elemento 30 (Modo 5 e Mult.), com condensação estática.

44

Figura 19. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário três com dano de 5,38%, no elemento 30 (Modos 1, 2, 3 e 4), com condensação estática.

45

Figura 20. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário três com dano de 5,38% no elemento 30 (Modo 5 e Multiplicação), com condensação estática.

46

Figura 21. Dano inserido no elemento 8 e seção transversal reduzida após o dano.

49

Figura 22. Dano inserido no elemento dois e seção transversal reduzida após o dano

50

Figura 23. Dano inserido nos elementos 11 e 18 e seção transversal reduzida após o dano.

51

Figura 24. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário de dano quatro, no elemento 8 (Modos 1, 2, 3 e 4), com condensação estática.

53

Figura 25. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário de dano quatro, no elemento 8 (Modo 5 e Multiplicação), com condensação estática.

54

Figura 26. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário de dano 5, no elemento 2 (Modos 1, 2, 3 e 4), com condensação estática.

55

Figura 27. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário de dano 5, no elemento 2 (Modo 5 e Multiplicação), com condensação estática.

56

Figura 28. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário de dano seis, nos elementos 11 e 18 (Modos 1, 2, 3 e 4), com condensação estática.

57

Figura 29. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário de dano seis, nos elementos 11 e 18 (Modo 5 e Multiplicação), com condensação estática.

58

Figura 30. Discretização da viga em 30 elementos finitos de barra com dois graus de liberdade por nó.

61

Figura 31. Dano de 49,11% inserido no elemento 17, delimitado pelos nós 17 e 18.

61

Figura 32. Modos de vibração para a viga intacta.

62

Figura 33 - Modos de Vibração para a viga com dano de 49,11% no elemento 17	63
Figura 34 - Método do Erro na Equação de Movimento para os cinco primeiros modos de vibração da viga livre-livre com dano no elemento 17, delimitado pelos nós 17 e 18.	64
Figura 35. Índice APC para o primeiro modo de vibração da viga com dano de 49,11% no elemento 17.	65
Figura 36. Índice APC para o segundo modo de vibração da viga com dano de 49,11% no elemento 17	65
Figura 37. Índice APC para o terceiro modo de vibração da viga com dano de 49,11% no elemento 17	66
Figura 38. Comparação dos valores de MDS e PDS para os três modos de vibração da viga com dano de 49,11% no elemento 17.	67
Figura 39. Viga livre-livre.	68
Figura 40. Seção transversal da viga livre-livre	68
Figura 41. Acelerômetros	70
Figura 42. Detalhe do dano inserido no elemento 17.	70
Figura 43. Comparação dos modos de vibração obtidos numérica e experimentalmente para a viga sem dano.	72
Figura 44 - Comparação dos modos de vibração obtidos numérica e experimentalmente para a viga com dano no elemento 17, delimitado pelos nós 17 e 18.	73
Figura 45. Método do Erro na Equação de Movimento para os três primeiros modos de vibração da viga com dano no elemento 17, definido pelos nós 17 e 18.	74

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Comparação entre as frequências naturais obtidas para a estrutura sem dano e para os três cenários de dano no elemento 30 - condições de apoio de terceiro e segundo gênero.	36
Tabela 2. Comparação entre as frequências naturais obtidas para a estrutura sem dano e para os três cenários de danos no elemento 30 - condições de apoio de segundo gênero.	36
Tabela 3. Comparação entre as frequências naturais obtidas para a estrutura sem dano e para os três cenários de danos no elemento 30 - condições de apoio de terceiro e primeiro gênero.	36
Tabela 4. Frequências naturais obtidas para a estrutura nos três cenários de dano variando a posição dos elementos danificados e mantendo a redução de inércia de 19,78% - condição de contorno de terceiro e segundo gênero.	47
Tabela 5. Frequências naturais obtidas para a estrutura nos três cenários de dano variando a posição dos elementos danificados e mantendo a redução de inércia de 19,78% - condição de contorno de segundo e segundo gênero.	47
Tabela 6. Frequências naturais obtidas para a estrutura nos três cenários de dano variando a posição dos elementos danificados e mantendo a redução de inércia de 19,78% - condição de terceiro e segundo gênero.	48
Tabela 7. Cinco primeiras frequências naturais para a viga intacta e com dano de 49,11% no elemento 17, delimitado pelos nós 17 e 18.	62
Tabela 8. Informações dos acelerômetros utilizados no ensaio.	69
Tabela 9. Comparação das frequências naturais obtidas para o modelo numérico e experimental, intactos e com dano.	71

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	OBJETIVO	12
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
4	METODOLOGIA	17
	4.1. MÉTODO DO ERRO NA EQUAÇÃO DE MOVIMENTO (Genovese, 2000)	17
	4.2. TÉCNICAS APC (APPROXIMATE PARAMETER CHANGE) E DSM (DAMAGE SIGNATURE MATCHING) (Lam <i>et al.</i> , 1998)	20
	<b>4.2.1. TÉCNICA APC</b>	<b>20</b>
	<b>4.2.2. TÉCNICA DSM</b>	<b>22</b>
5	ANÁLISE NUMÉRICA	24
	5.1. PÓRTICO PLANO	27
	5.2. VIGA LIVRE-LIVRE	59
<b>6</b>	<b>ANÁLISE EXPERIMENTAL</b>	<b>68</b>
	6.1. VIGA LIVRE-LIVRE	68
	6.2. RESULTADOS E DISCUSSÕES	70
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>75</b>
	7.1. ANÁLISE NUMÉRICA	75
	7.2. ANÁLISE EXPERIMENTAL	75
	7.3. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	76
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>77</b>
	<b>APÊNDICE A – Modos de vibração do pórtico plano para a configuração de condições de contorno de terceiro e segundo gênero (estrutura intacta).</b>	<b>80</b>

**APÊNDICE B - Modos de vibração do pórtico plano para a configuração de condições de contorno de terceiro e segundo gênero (estrutura com dano de 71,77% no elemento 30).**

**83**

## 1 INTRODUÇÃO

Faz-se necessária a avaliação de falhas e danos em estruturas pois, a partir do conhecimento destas, pode-se intervir nas mesmas. Deve-se ter em mente que estas falhas e danos são introduzidos nas estruturas por meio de ações estáticas ou dinâmicas, como sobrecargas, ação dos ventos, tráfego de pessoas e veículos, etc. A capacidade de carga da estrutura pode ser diminuída por estas ações e conseqüentemente outros problemas como fissuras ou excesso de vibrações comprometendo a vida útil da mesma.

Uma grande questão entre os engenheiros é garantir que as estruturas irão operar de forma satisfatória por toda sua vida útil, promovendo segurança e conforto aos seus usuários. É sabido que naturalmente estas sofrem desgastes não só devido a fenômenos naturais como terremotos, vento, fadiga do material, corrosão, entre outros, mas também por que estão submetidas a diversos tipos de carregamento com magnitudes variadas que combinados levam ao aparecimento de danos. Tais danos podem comprometer a qualidade das estruturas levando a vibrações excessivas e perda da capacidade de carga e conseqüentemente desvirtuando a segurança e o conforto proporcionado aos seus usuários.

Devido à importância deste grande questionamento e por tais motivos expostos, faz-se necessário o estudo precoce dos danos, para que se possa garantir a integridade estrutural, evitando a ocorrência de danos materiais bem como a perda de vidas humanas. Desta forma, pode-se fazer uso de técnicas não destrutivas e destrutivas, que permitam avaliar as condições globais das estruturas.

É mais interessante que as técnicas de inspeção utilizadas sejam de caráter não destrutivo, já que as técnicas destrutivas inviabilizam o posterior uso da estrutura. Diante deste exposto, vem-se desenvolvendo métodos de caracterização de danos em estruturas por meio de técnicas de raio X, ressonância magnética, ultrassom, que por sua vez são bastante onerosos. Existem também os ensaios com cargas e deslocamentos controlados que necessitam de grandes carregamentos e requerem bastante tempo, tornando-os também inviáveis, logo, a atenção é voltada para métodos que proporcionem esta inspeção com um relativo baixo custo e em tempo hábil.

Isso vem sendo alcançado com a utilização de ensaios dinâmicos, a partir da obtenção dos principais parâmetros de caracterização da estrutura como

frequências naturais e modos de vibração e a aplicação de diversos métodos que permitam a identificação do dano.

Quando o dano é introduzido, há uma perda de rigidez localizada devido a diminuição da seção transversal e conseqüentemente na inércia do componente danificado, que por sua vez promovem alteração nos parâmetros citados anteriormente. Através desta alteração pode ser possível a detecção dos danos.

## 2 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é avaliar o desempenho de métodos de localização de danos baseados nas propriedades dinâmicas. A partir disso, espera-se ressaltar a importância da aplicação de técnicas não-destrutivas com este propósito.

Para atingir o objetivo principal deste trabalho, podem-se estabelecer os seguintes objetivos específicos:

- Revisão bibliográfica acerca do tema;
- Elaboração dos modelos numéricos de pórticos e vigas para determinação das frequências naturais e modos de vibração por meio de um programa computacional desenvolvido por Brasiliano (2001);
- Aplicação dos métodos de localização, sendo eles o Método do Erro na Equação de Movimento proposto por Genovese (2000) e o método que combina as técnicas APC (*Approximate Parameter Change*) e DSM (*Damage Signature Matching*);
- Construção do modelo físico de uma viga livre-livre;
- Análise experimental de uma viga livre-livre por meio de ensaios de vibração livre para posterior comparação com os resultados numéricos.

## 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Com relação ao tema de identificação de danos em estruturas por meio de técnicas não-destrutivas, vários trabalhos vêm sendo desenvolvidos ao longo dos anos. Alguns desses tratam da identificação por meio das propriedades dinâmicas, enquanto outros realizam abordagens diferentes.

O pioneiro na tentativa de usar modos de vibração para localização de danos em estruturas mecânicas foi West (1986 apud Double 1996) quando

determinou a correlação entre os modos de vibração de um veículo espacial intacto com os modos de vibração do veículo submetido a cargas acústicas através do índice *Modal Assurance Criterion* (MAC). O índice pode variar entre os valores 0 e 1. Se o valor resultante for 1, os modos são iguais, caso contrário o valor retornado é 0 e confirmando a alteração nos modos de vibração.

Em seguida, é criado por Ewins (1988) em adição ao MAC, o *Co-ordinate Modal Assurance Criterion* que retorna as coordenadas da localização do dano.

Rytter (1993) determinou níveis de detalhamento do dano às estruturas. Sendo estes níveis a indicação da existência do dano, posteriormente a localização do mesmo, seguindo para a quantificação e por fim o diagnóstico estimando a vida útil restante, utilizando métodos não-destrutivos de identificação baseados na vibração de estruturas (*Vibration based identification*), ou seja, através dos parâmetros dinâmicos.

Nakis (1994) desenvolveu um método para cálculo das frequências naturais de um modelo físico de uma viga danificada simplesmente apoiada, sendo o dano simulado por uma mola linear torsional, também utilizada por Adams *et al* (1978 apud Nakis 1994) para investigar as vibrações axiais de uma viga livre-livre. Esta mola por sua vez, conectava dois segmentos contínuos da viga. Posteriormente resolveu o problema inverso onde concluiu que é suficiente conhecer apenas a variação das duas primeiras frequências naturais para se localizar o dano. A confiabilidade dos procedimentos foi confirmada através da utilização de um *software* de elemento finitos para determinação das frequências naturais e resolução de dois cenários de dano.

Salawu (1997) compila uma série de métodos que discutem o uso de alterações nas frequências de vibração de uma estrutura como parâmetro para identificação de danos. Apesar da aquisição de tais parâmetros ser realizada de maneira relativamente fácil e econômica, o autor ressalta que apenas o uso das alterações das frequências naturais não é suficiente e que para melhor identificação do dano é necessário a utilização de outros parâmetros.

Cobb e Liebst (1997), utilizando os modos de vibração incompletos, propuseram um método para identificar os elementos estruturais danificados por meio da minimização dos desvios entre as frequências obtidas analítica e experimentalmente e os modos de vibração incompletos.

Ratcliffe (1997) utilizou a variação nos modos de vibração para identificar e localizar danos, através de um operador Laplaciano, que representa a curvatura.

Neste caso, apenas os modos de vibração da estrutura danificada são utilizados, em especial o modo de vibração fundamental. Os modos posteriores servem para verificação dos resultados obtidos para o modo fundamental. Observou-se que para danos maiores com redução de rigidez em torno de 10%, o método localizou corretamente o dano. Para casos com danos em torno de 5%, foi necessário um pós-processamento do operador Laplaciano a fim localizar o dano.

Lam *et al.* (1998), assim como West (1986) também trata da alteração nos modos de vibração de uma estrutura como indicador de dano, onde cada frequência natural é responsável por gerar um modo de vibração, característica única que descreve espacialmente a amplitude de uma estrutura, conseqüentemente, com a mudança das frequências naturais, os modos também são alterados. Ainda relata o desenvolvimento de duas técnicas, sendo estas *Approximate Parameter Change* (APC) e *Damage Signature Matching* (DSM), aplicadas em estruturas de quadros, mais precisamente nas ligações.

O método APC determina a diferença entre os parâmetros do sistema antes de ocorrer o dano e após. O DSM surge com a finalidade de confirmar os resultados obtidos pela técnica APC. O resultado mostra que este método é aplicável tanto em situações teóricas como em situações práticas. Os autores também ressaltam desvantagens a respeito da detecção de danos apenas através da alteração nas frequências naturais da estrutura, visto que as informações fornecidas neste método são insuficientes, principalmente quando só são obtidos dados para as poucas primeiras frequências naturais da estrutura. Comentam também a falta de fidelidade dos dados em situações de estruturas simétricas, que tem seus danos localizados em posições simétricas.

Shi (1998) desenvolveu um método de identificação de danos em estruturas a partir da mudança na energia de deformação modal em cada elemento que compõe a estrutura, necessitando apenas da matriz de rigidez dos elementos e os modos de vibração da estrutura intacta e danificada. O método é eficiente para localizar um dano singular ou danos múltiplos. Ruídos na medição podem comprometer o resultado final, entretanto, este pode ser mais preciso usando informações provenientes de mais de um modo de vibração.

Lee (2000) utilizou as quatro frequências naturais mais baixas de uma viga para identificar (localizar e quantificar) um dano. Em seu trabalho, propôs um índice

percentual de mudança entre as frequências da estrutura danificada e da estrutura intacta, como mostrado na Equação 1:

$$\%C_i = 100x \frac{\omega_i - \omega_i^d}{\omega_i} \quad (1)$$

Brasiliano (2001) aplicou o Método do Erro na Equação de Movimento proposto por Genovese (2000) em vigas contínuas e pórticos planos que consiste na análise dos modos de vibração da estrutura. Este método permite localizar o dano observando o desequilíbrio na Equação da estrutura sem dano, que ocorre devido às frequências e modos de vibração da estrutura danificada. Já a quantificação é feita através de um processo iterativo que consiste em minimizar o erro na Equação de movimento. Também foram aplicados os métodos da alteração na curvatura proposto por Pandey *et al* (1991) e os índices MAC e COMAC (West, 1986).

Brasiliano (2002) fez uma comparação entre os resultados obtidos nas técnicas APC e DSM, proposto inicialmente por Lam *et al.* (1998), que também identificam as alterações nos modos de vibração e o Método do Erro na Equação de movimento, aplicados a vigas contínuas considerando dois casos de dano. Como resultado, comprovou-se que a técnica *Approximate Parameter Change* (APC) foi eficiente na localização dos danos. Apesar de não ser necessária a aplicação da técnica *Damage Signature Matching* (DSM) que confirma a localização obtida através da técnica APC, os valores obtidos por esta não foram tão precisos. Já o Método do Erro gerou resultados mais precisos quanto à localização do dano, mesmo quando considerados danos de pequena magnitude, não restando dúvidas sobre a correta localização da região danificada.

Já Kim (2003) utilizou a alteração na energia de deformação da estrutura para localizar e estimar a grandeza do dano. *A priori*, utilizou-se das alterações nas frequências naturais para localizar e estimar a grandeza do dano. Em seguida foram formulados modelos de localização e estimativa da dimensão do dano, relacionando mudanças fracionais na energia de deformação modal às mudanças nas frequências naturais. Na segunda parte do trabalho, Kim (2003) demonstrou a confiabilidade e praticidade do esquema de detecção a partir de uma precisa localização e estimativa do tamanho dos danos em barras nas quais só foram medidas quatro frequências

naturais para diversos cenários de dano. Concluiu-se que, apesar do número reduzido de frequências naturais, foi possível determinar a localização e o tamanho do dano com pequenas margens de erro.

Sinou (2005) analisa a influência de danos transversais em eixos de máquinas rotativas através da alteração das frequências naturais dos mesmos. Utiliza da Equação 1, também utilizada por Lee (2000), com a finalidade de comparar as frequências da estrutura intacta e danificada para várias magnitudes de dano.

Sinou (2009) comenta sobre a prevalência de detecção dos danos em estruturas através da mudança nas frequências naturais da estrutura, tendo em vista que sua medição pode ser feita de maneira rápida e fácil, constituindo um procedimento experimental barato, garantindo também boa fidelidade aos dados caso o experimento seja realizado com perfeito controle das condições experimentais. Também propõe a Normalização de Frequências Naturais (NFN) como critério de identificação de dano, tratando-se do quociente entre a  $i$ -ésima frequência da estrutura danificada pela  $i$ -ésima frequência da estrutura não danificada, como mostra a Equação 2:

$$NNF = \frac{\omega_i^d}{\omega_i} \quad (2)$$

Onde  $d$  refere-se a estrutura danificada e  $\omega$  a frequência natural da estrutura.

Sinou (2009) ainda chama atenção para o fato de que a frequência natural da estrutura não danificada deve ser medida com precisão, para que seja possível a percepção da diminuição da frequência na estrutura danificada. Ressalta também que como a variação de frequência é muito pequena para pequenos danos, os resultados da Equação 1 são da ordem de 1%.

Araújo (2013) expandiu o Método do Erro na Equação de Movimento (Genovese, 2000) para analisar danos em pórticos espaciais junto a técnica de Redes Neurais Artificiais – RNA, na etapa de quantificação do dano.

Morais (2014) ressalta que a desvantagem da identificação de danos através da alteração dos modos de vibração é a necessidade da disposição de diversos sensores ao longo da estrutura para uma detalhada caracterização do modo de vibração, principalmente a modos relativos a altas frequências .

A prevalência da utilização das frequências naturais na localização dos danos comentada por Sinou (2009) também é analisada por Safara (2016), visto que a presença de um dano está diretamente relacionada a perda de rigidez da estrutura e por consequência, como mostra a Equação 3, as frequências naturais também estão sujeitas a essas alterações.

$$\det|[K - \omega_n^2 M]| = 0 \quad (3)$$

Onde K é a matriz de rigidez da estrutura e M a matriz massa. Percebe-se então a possibilidade de detecção de danos por meio da determinação das frequências naturais.

Safara (2016) discutiu a partir de dados obtidos experimentalmente em dois tipos de estruturas reticuladas, uma linear e outra treliçada, a alteração dos dados colhidos experimentalmente devido a fatores inerentes aos ensaios. Quando é realizado um ensaio ocorre ruído devido a falhas na precisão dos aparelhos de aquisição dos dados bem como a influência de forças eletromagnéticas externas que comprometem a transmissão de sinais, logo, as alterações provocadas por ruídos geram erros que podem afetar os resultados finais da detecção de danos.

## 4 METODOLOGIA

### 4.1. MÉTODO DO ERRO NA EQUAÇÃO DE MOVIMENTO (GENOVESE, 2000)

Este método foi proposto por Genovese (2000) em sua dissertação de mestrado, tendo como objetivo localizar e quantificar danos em vigas simples utilizando as alterações nas frequências e nos modos de vibração da estrutura produzidas por danos introduzidos a mesma.

É constituído por duas etapas, sendo essas a localização e em seguida a quantificação do dano. Este trabalho, apenas utilizará da etapa de localização do dano, que consiste na observação do desequilíbrio ou erro na Equação de movimento da estrutura intacta (Equação 4) que ocorre devido aos modos e as frequências de vibração da estrutura depois de sofrer um dano.

$$M\ddot{\vec{y}} + C\dot{\vec{y}} + K\vec{y} = 0 \quad (4)$$

Onde:

- K: matriz de rigidez global da estrutura
- M: Matriz de massa global da estrutura
- C: matriz de amortecimento global da estrutura
- $\ddot{\vec{y}}$ : vetor aceleração
- $\dot{\vec{y}}$ : vetor velocidade
- $\vec{y}$ : vetor deslocamento

De acordo com Ferrufino (1993 apud Brasiliano 2001), pode-se desconsiderar a parcela referente ao amortecimento devido à grande semelhança entre as frequências e modos naturais de vibração de um sistema amortecido e de um sistema livre não amortecido. Logo, a Equação assume a seguinte forma (Equação 5):

$$M\ddot{\vec{y}} + K\vec{y} = 0 \quad (5)$$

Por sua vez, a Equação 5 tem como solução numérica um problema geral de autovalores apresentado na Equação 6.

$$K\varphi - \Lambda M\varphi = 0 \quad (6)$$

Onde:

- $\varphi$ : matriz cujas colunas representam os modos de vibração da estrutura sem dano
- $\Lambda$ : matriz diagonal cujos valores são frequências de vibração da estrutura sem dano

O dano presente na estrutura provoca uma mudança nas matrizes de rigidez e de massa que por consequência alteram os modos de vibração e as frequências naturais da estrutura, logo, a Equação 6 passa a ser escrita da seguinte forma (Equação 7):

$$K'\varphi' - \Lambda'M'\varphi' = 0 \quad (7)$$

Onde:

- $K'$ : matriz de rigidez global da estrutura danificada
- $M'$ : matriz de massa global da estrutura danificada
- $\varphi'$ : matriz cujas colunas representam os modos de vibração da estrutura danificada
- $\Lambda'$ : matriz diagonal cujos valores são as frequências naturais da estrutura danificada

Segundo Adams *et al.* (1978) e Hearn e Testa (1991) o dano altera a forma da matriz de massa do sistema de maneira insignificante quando comparada às alterações provocadas na matriz de rigidez, logo, admite-se que:

$$M' = M \quad (8)$$

A Equação 7 assume, então, a seguinte forma (Equação 9):

$$K'\varphi' - \Lambda'M\varphi' = 0 \quad (9)$$

Percebe-se que a Equação 9 é satisfeita visto que os modos de vibração e as frequências naturais da estrutura com dano estão sendo multiplicados pelas matrizes da estrutura danificada. Da mesma maneira, a Equação da estrutura intacta (Equação 6) também é satisfeita, porém, ao substituir nessa Equação as matrizes referentes a estrutura danificada, surge então um desequilíbrio ou erro na Equação de movimento representado pela letra E, como exposto na Equação 10.

$$E = K'\varphi' - \Lambda'M'\varphi' \quad (10)$$

Onde:

- E: matriz cujos valores representam o erro na Equação de movimento devido a presença do dano

As colunas da matriz E representam o vetor erro, sendo cada coluna relacionada a um modo de vibração. O maior valor presente em cada coluna, ou seja,

o maior erro encontrado representa a região onde está presente o dano para um modo de vibração específico.

No sentido inverso, se os modos de vibração e frequências naturais da estrutura intacta fossem substituídos na Equação 10, o vetor erro seria nulo, satisfazendo assim a Equação.

## 4.2. TÉCNICAS APC (APPROXIMATE PARAMETER CHANGE) E DSM (DAMAGE SIGNATURE MATCHING) (LAM *ET AL.*, 1998)

### 4.2.1. TÉCNICA APC

É um método baseado nas alterações originadas através do dano nas características do sistema estrutural como a rigidez e a massa da estrutura. As alterações podem ser representadas pela diminuição de tais propriedades. Caso o interesse seja apenas a localização do dano, não há necessidade de se conhecer a alteração exata dos parâmetros.

Com a intenção de localizar quais características foram alteradas, o método designa uma relação entre os modos de vibração da estrutura e as propriedades do sistema. Considerando a existência de  $q$  possíveis danos em uma estrutura e os parâmetros análogos sejam  $p_1, p_2, \dots, p_q$ . O  $i$ -ésimo modo de vibração da estrutura danificada pode ser expresso como uma função dos  $q$  parâmetros do sistema e a relação entre o modo de vibração e os parâmetros pode ser escrita como uma expansão da série de Taylor (Equação 11):

$$\phi_i(p + \Delta p) = \phi_i(p) + \sum_{j=1}^q \frac{\partial \phi_i}{\partial p_j} \Delta p_j + \sum_{j=1}^q \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial p_j^2} \Delta p_j^2 + \dots \quad (11)$$

Onde  $p = \{p_1, p_2, \dots, p_j, \dots, p_q\}^T$  denota o vetor dos parâmetros do sistema, equivalente a todos os danos possíveis da estrutura intacta,  $\Delta p$  corresponde ao vetor das alterações nos parâmetros do sistema originadas pelo dano,  $\phi_i(p)$  é o  $i$ -ésimo

modo de vibração, como uma função dos parâmetros do sistema da estrutura intacta, já  $\phi_i(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p})$  é o  $i$ -ésimo modo de vibração, como função dos parâmetros do sistema da estrutura danificada.

Após os termos  $\Delta\mathbf{p}$  de ordem superiores serem desprezados, a Equação 11 pode ser expressa em forma matricial como (Equação 15):

$$\Delta\phi_i \cong \left[ \frac{\partial\phi_i}{\partial\mathbf{p}} \right]_{(Nxq)} \Delta\mathbf{p}_{(px1)} \quad (12)$$

Onde  $\Delta\phi_i = \phi_i(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}) - \phi_i(\mathbf{p})$  é a alteração no modo de vibração  $i$  originada pelo dano e  $\left[ \frac{\partial\phi_i}{\partial\mathbf{p}} \right] = \left[ \frac{\partial\phi_i}{\partial p_1} \dots \frac{\partial\phi_i}{\partial p_q} \right]$  é uma matriz que denota a taxa de alteração do modo  $i$  em relação aos parâmetros do sistema análogos a todos os  $q$  danos possíveis.

A Equação 12 indica a uma relação entre as alterações nos vetores modais e as alterações nos parâmetros. Os valores APC podem ser estimados através da utilização do estimador de mínimos quadrados das seguintes formas (Equações 13 a 15):

Quando o número de graus de liberdade for igual ao número de possíveis danos ( $N=q$ ):

$$APC_i = \left[ \frac{\partial\phi_i}{\partial\mathbf{p}} \right]^{-1} \Delta\phi_i \quad (13)$$

Quando o número de graus de liberdade for maior que o número de possíveis danos ( $N>q$ ):

$$APC_i = \left( \left[ \frac{\partial\phi_i}{\partial\mathbf{p}} \right]^T \left[ \frac{\partial\phi_i}{\partial\mathbf{p}} \right] \right)^{-1} \left[ \frac{\partial\phi_i}{\partial\mathbf{p}} \right]^T \Delta\phi_i \quad (14)$$

Quando o número de graus de liberdade for menor que o número de possíveis danos ( $N < q$ );

$$APC_i = \left[ \frac{\partial \phi_i}{\partial p} \right]^T \left( \left[ \frac{\partial \phi_i}{\partial p} \right] \left[ \frac{\partial \phi_i}{\partial p} \right]^T \right)^{-1} \Delta \phi_i \quad (15)$$

É sabido que o dano é responsável por reduzir o valor dos parâmetros do sistema, tais como a rigidez de um elemento da estrutura, logo o maior valor absoluto APC, pode ser utilizado como indicador do local do dano. Se o dano indicado for o mesmo em todos os modos correlacionados, conclui-se que o local está, de fato, correto.

É possível que em alguns casos a indicação do dano pelo índice APC possa não ser suficientemente clara, isso pode ocorrer devido a erros de medição, modos de vibração incompletos ou então pela perda de graus de liberdade sensíveis ao dano. Sendo assim a técnica APC é responsável por indicar todos os possíveis casos de dano para que a técnica DSM seja utilizada para confirmar os locais de dano corretamente.

#### 4.2.2. TÉCNICA DSM

A magnitude das alterações que ocorrem nas propriedades dinâmicas das estruturas, devido a ocorrência de dano, é dependente do local e da gravidade do mesmo. Deve-se levar em consideração o fato de que os modos de vibração e as frequências naturais serão afetados de maneira diferente frente a variação do local do dano para uma determinada severidade, ou seja, alguns modos serão mais afetados que outros.

As alterações nas características dinâmicas, para todos os possíveis casos de dano, são previstas a partir de um modelo analítico, logo, as alterações medidas podem ser comparadas com as alterações previstas para todos os casos de dano possíveis. Feito isto, o conjunto de alterações previstas que mais se aproximar dos

valores medidos pode ser identificado e o caso de dano correspondente pode ser caracterizado como correto.

A localização do dano pode ser avaliada confrontando o MDS (*Measured Damage Signatures*) com o PDS (*Predicted Damage Signatures*) para os variados casos de dano. O MDS é definido como a alteração medida no modo  $i$ ,  $\Delta\phi_i$ , dividida pela alteração da frequência de vibração de um determinado modo de referência, neste caso, o modo 1,  $\Delta\omega_1^2$  (Equação 16):

$$\text{MDS} = \frac{\Delta\phi_i}{\Delta\omega_1^2} \quad (16)$$

É importante comentar que o modo de referência é escolhido de acordo com a precisão com que este modo é medido e da sensibilidade do mesmo ao dano. Neste trabalho, o modo de referência escolhido foi o primeiro, entretanto, se a variação da frequência do primeiro modo for muito pequena, é preciso escolher outra como referência. Isso se deve ao fato de que com um denominador muito pequeno na Equação 19, existiriam complicações numéricas na determinação do vetor MDS. Deve-se normalizar os dois conjuntos de modos antes do cálculo do  $\Delta\phi_i$ .

Já o PDS é calculado pela Equação 17:

$$\text{PDS}_{ik} = \frac{\frac{\partial\phi_i}{\partial p_k} \Delta p_k}{\frac{\partial\omega_1^2}{\partial p_k} \Delta p_k} = \frac{\frac{\partial\phi_i}{\partial p_k}}{\frac{\partial\omega_1^2}{\partial p_k}} \quad (17)$$

Onde  $\frac{\partial\phi_i}{\partial p_k}$  é a taxa de variação do modo  $i$  com relação ao parâmetro correspondente ao  $k$ -ésimo dano e  $\frac{\partial\omega_1^2}{\partial p_k}$  é a taxa de variação da frequência de referência com relação ao parâmetro correspondente ao  $k$ -ésimo dano.

Para cada possível local de dano já identificado pela técnica APC, os correspondentes sinais de danos preditos (PDS) serão comparados com os sinais de

danos medidos (MDS). O MDS corresponde à diferença entre os modos de vibração da estrutura sem dano e da estrutura com dano real. Já o PDS, corresponde à diferença entre os modos de vibração da estrutura sem dano e com dano nos elementos identificados pelo APC. Conseqüentemente, o dano será aquele para o qual o PDS e o MDS mais se aproximarem em todos os modos considerados. Isto pode ser verificado através de um gráfico que relacione os valores de PDS e MDS em função dos graus de liberdade.

Outra forma existente para comparação dos sinais de dano é calculando a norma da diferença entre o PDS e o MDS para cada modo considerado. A soma das normas calculadas para todos os modos é determinada através da discrepância total para aquele possível dano. O possível dano com a menor discrepância será o dano real da estrutura,  $D_k$  (Equação 18):

$$D_k = \sum_{i=1}^m \|PDS_{ik} - MDS_i\| \quad (18)$$

## 5 ANÁLISE NUMÉRICA

Para que os métodos fossem aplicados, foram propostas diversas estruturas, considerando vários casos de dano. A análise numérica foi dividida em duas partes para que fossem consideradas diferentes estruturas.

A primeira parte consistiu na análise de um pórtico plano de três pavimentos, considerando três hipóteses de condições de contorno e seis cenários de dano. Posteriormente o método do erro na Equação de movimento foi aplicado a estes modelos para localização do dano.

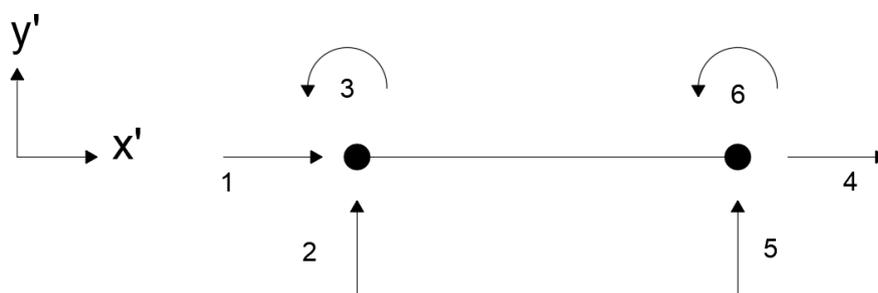
Na segunda etapa, a estrutura considerada foi uma viga livre-livre. Os resultados obtidos para o método do erro na Equação de movimento foram comparados aos resultados obtidos pelo método APC e DSM.

As frequências e modos de vibração das estruturas intactas e com dano foram obtidas a partir de um código computacional desenvolvido por Brasiliano (2001).

As estruturas foram discretizadas em elementos finitos de barra, com três graus de liberdade por nó no caso do pórtico plano e dois graus de liberdade por nó

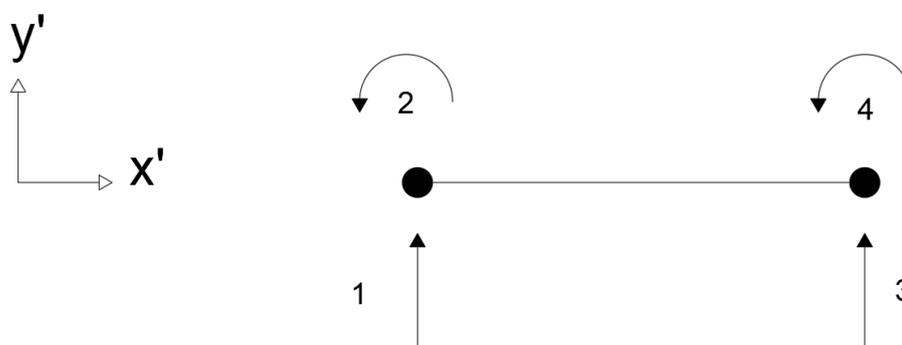
no caso da viga. Nas figuras 1 e 2 são apresentados os elementos com seus graus de liberdade, por nó, assim como seus sentidos e direções.

Figura 1. Elemento de barra com três graus de liberdade por nó.



Fonte: Autoria própria (2018)

Figura 2. Elemento de barra com dois graus de liberdade por nó.



Fonte: Autoria própria (2018)

Nas matrizes de rigidez dos modelos numéricos estudados não foram consideradas deformações por corte (PRZEMIENIECKI, 1968). Como foi proposta também uma análise experimental, para a obtenção das matrizes de massa e de rigidez das estruturas foi considerada a condensação estática (CLOUGH, 1993). Tal consideração se fez necessária para que os modelos fossem simplificados de maneira a se considerar apenas o grau de liberdade de translação, com a finalidade de se comparar os resultados obtidos numericamente com os resultados obtidos via experimental, uma vez que o ensaio realizado mediu apenas os sinais de aceleração transversais. O único caso em que não foi considerada a condensação estática foi no modelo utilizado para localização do dano pelo método APC e DSM.

É importante comentar, que as características adotadas para todas as estruturas na análise numérica se basearam nas características dos modelos físicos desenvolvidos para a análise experimental.

## 5.1. PÓRTICO PLANO

Para análise numérica o pórtico plano de três pavimentos estudado foi discretizado em 36 elementos finitos de pórtico plano com três graus de liberdade por nó conforme mostrado na Figura 1.

Para estes elementos de barra considerados foram utilizadas as seguintes matrizes de rigidez (Equação 19) e de massa (Equação 20). Quando é usada a condensação estática (COBB e LIEBST, 1997) a estrutura é simplificada resultando em uma estrutura condensada com menor número de graus de liberdade. A matriz de massa usada no caso da condensação estática está representada na Equação 21. Cada elemento da matriz de rigidez representa os coeficientes de rigidez de barra, que por sua vez são as forças e momentos atuantes nas extremidades das barras, paralelamente aos seus eixos locais, responsáveis por equilibrá-las quando um deslocamento unitário é imposto, de maneira isolada em uma de suas extremidades. Obtêm-se a matriz de rigidez através da superposição de todas as configurações deformadas elementares, expostas nas figuras 3 e 4

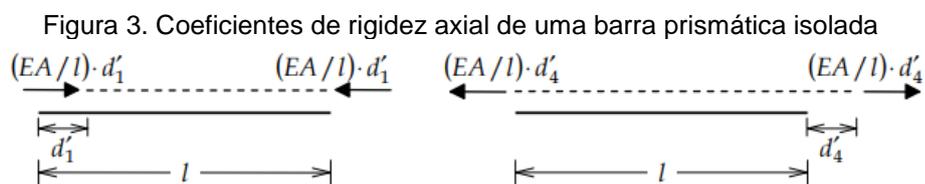
$$k = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{-12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^3} & \frac{2EI}{L} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{m} = \rho AL \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13}{35} & \frac{11}{210L} & 0 & \frac{9}{70} & \frac{-13}{420L} \\ 0 & \frac{11}{210L} & \frac{1}{105L^2} & 0 & \frac{13}{420L} & \frac{-1}{140L^2} \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{70} & \frac{13}{420L} & 0 & \frac{13}{35} & \frac{-11}{210L} \\ 0 & \frac{-13}{420L} & \frac{-1}{140L^2} & 0 & \frac{-11}{210L} & \frac{1}{105L^2} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{m} = \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

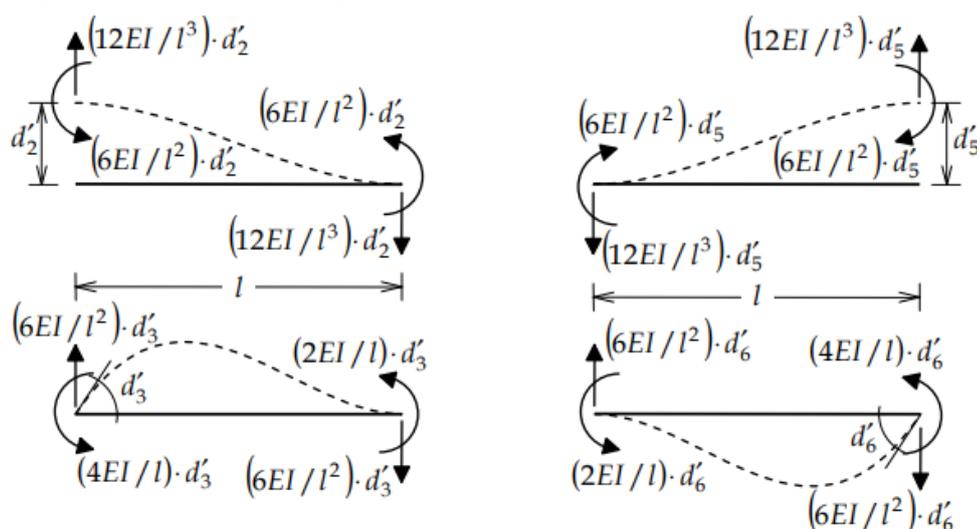
Onde:

- **k**: matriz de rigidez do elemento
- **m**: matriz de massa do elemento
- **L**: comprimento do elemento
- **E**: módulo de elasticidade do material
- **A**: área da seção transversal
- **$\rho$** : massa específica do material



Fonte: (MARTHA, 2010, p. 491)

Figura 4. Coeficientes de rigidez a flexão de uma barra prismática sem articulação.

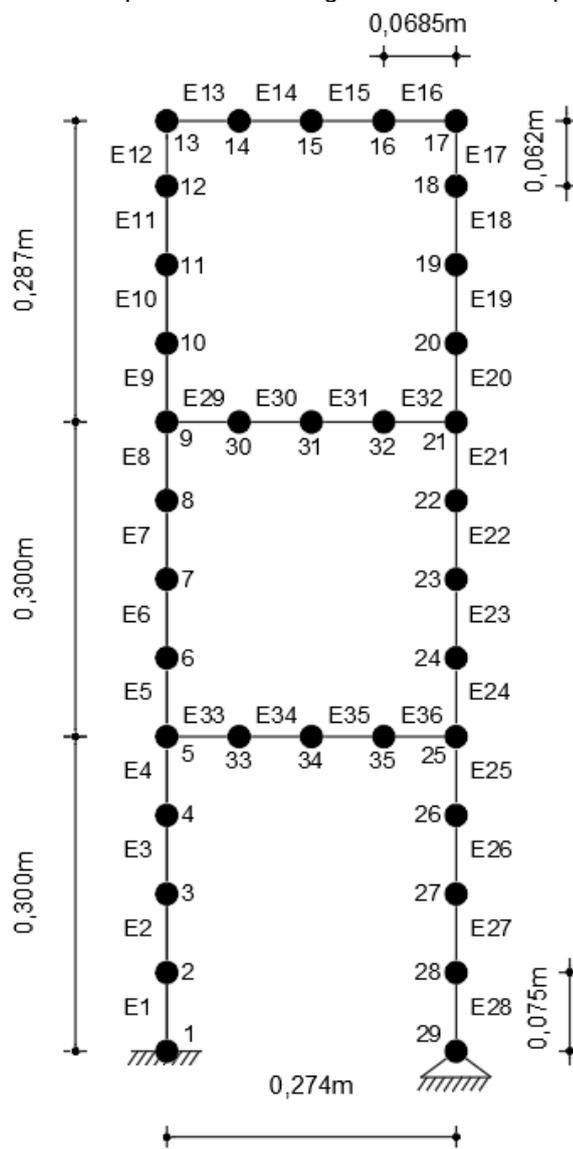


Fonte: (MARTHA, 2010, p.492)

De maneira a compatibilizar o modelo numérico com o modelo físico, foram propostos elementos com três dimensões distintas, 0,0750m, 0,0620m e 0,0685m mostrados na Figura 5. Os dados utilizados como dimensões da seção transversal (Figura 6), momento de inércia, massa específica e módulo de elasticidade foram os mesmos calculados para o modelo físico proposto para a análise experimental.

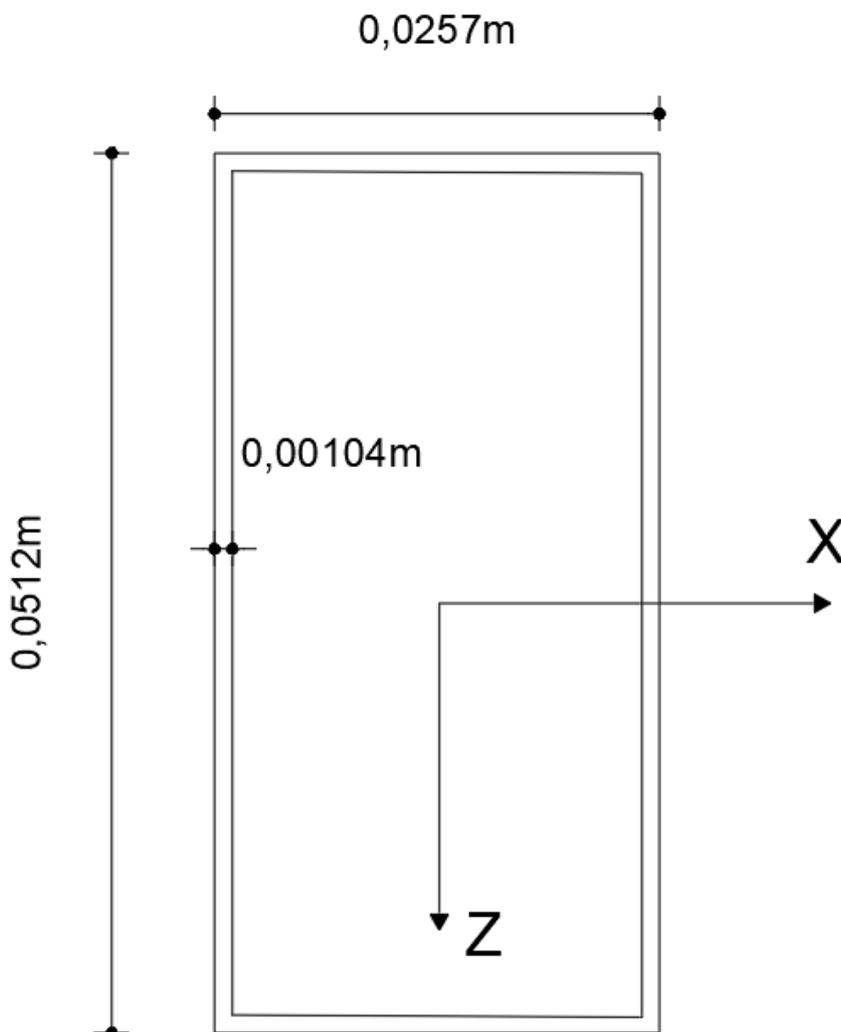
- Seção retangular vazada, uniforme (0,051 m x 0,025m x 0,001m);
- Área da seção transversal bruta:  $A_B = 1,315 \times 10^{-3} m^2$
- Área da seção transversal líquida:  $A_L = 1,556 \times 10^{-4} m^2$
- Momento de Inércia:  $I = 1,848 \times 10^{-8} m^4$
- Módulo de Elasticidade:  $E = 7 \times 10^9 N/m^2$
- Massa específica:  $\rho = 2710 kg/m^3$
- Comprimento do elemento 1:  $L_1 = 0,0750m$
- Comprimento do elemento 2:  $L_2 = 0,0620m$
- Comprimento do elemento 2:  $L_3 = 0,0685m$
- Coeficiente de Poisson:  $\nu = 0,29$

Figura 5. Pórtico Plano com três pavimentos (primeira condição de contorno) discretizado em 36 elementos de pórtico com três graus de liberdade por nó.



Fonte: Autoria própria (2018)

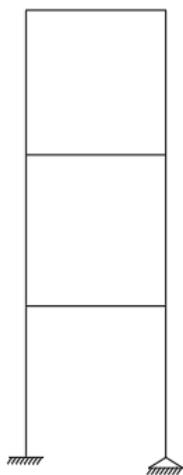
Figura 6. Seção transversal do pórtico plano.



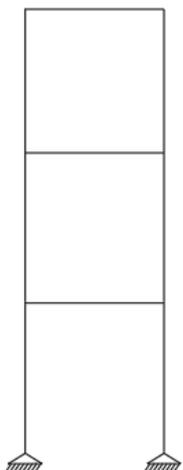
Fonte: Autoria Própria (2018)

Foram obtidos os dados de frequência e modos de vibração da estrutura para três condições de contorno (figuras 7 e 8). O dano foi introduzido em diferentes locais e níveis. *A priori*, o elemento cujo dano foi introduzido foi o elemento 30 (Figura 9), com três situações de dano para as três hipóteses de condições de contorno testadas. A fim de ilustrar cada cenário de dano estudado, a Figura 10 mostra as respectivas reduções de inércia equivalentes a um corte na seção transversal. Os valores das frequências naturais de vibração para o pórtico intacto e para os diferentes cenários de dano no elemento 30 estão mostrados nas tabelas 1 a 3, relacionadas de acordo com a configuração de condições de contorno e tomando as cinco primeiras frequências naturais e modos de vibração.

Figura 7. Configurações de condições de contorno utilizadas (1).



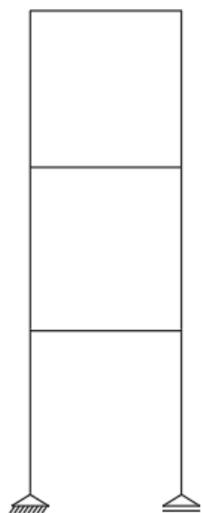
Um apoio de terceiro gênero e outro de segundo gênero.



Dois apoios de segundo gênero

Fonte: Autoria própria (2018)

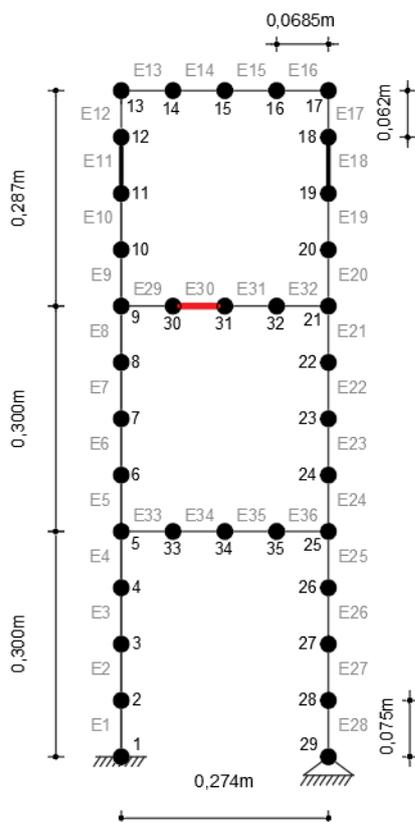
Figura 8. Configurações de condições de contorno utilizadas (2).



Um apoio de segundo gênero e um apoio de primeiro gênero.

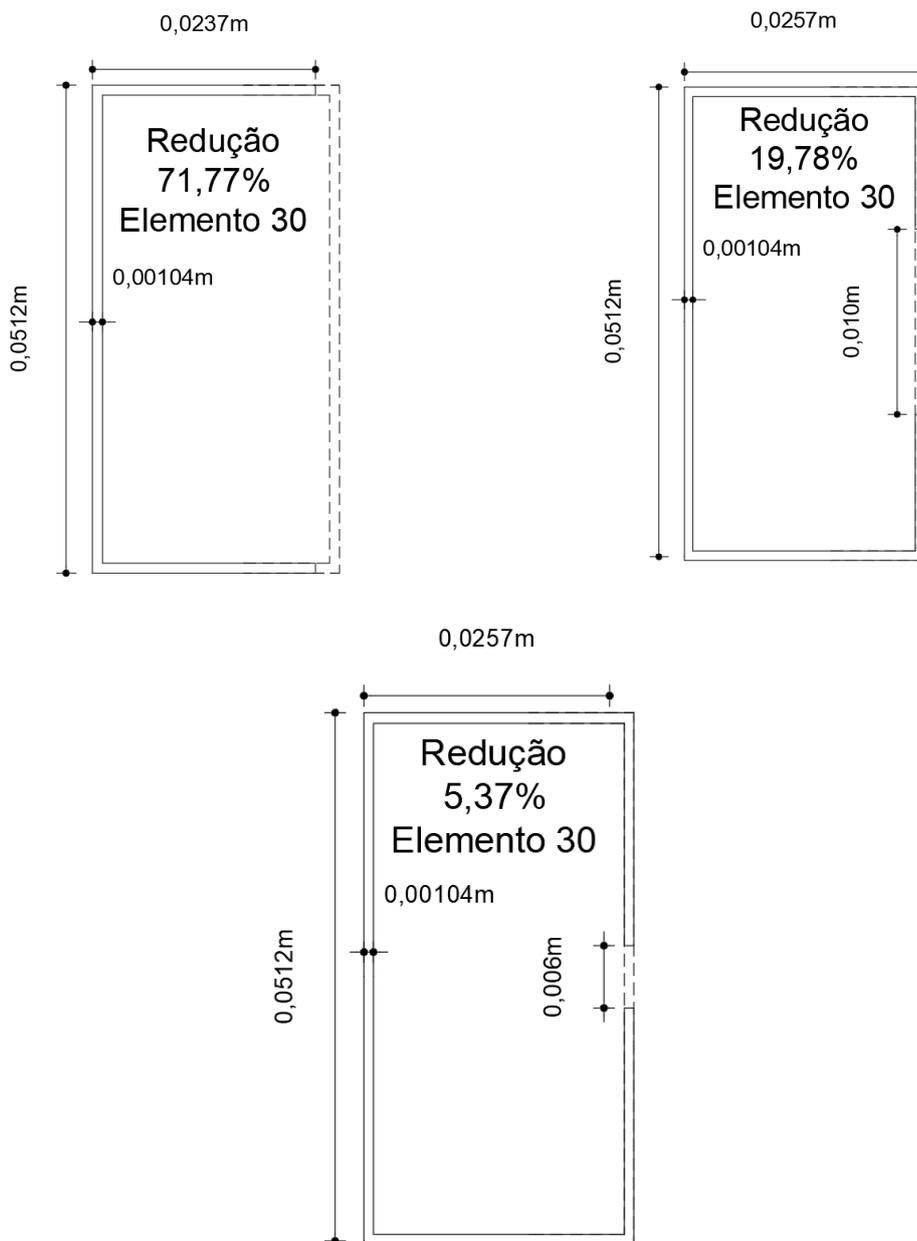
Fonte: Autoria própria (2018).

Figura 9. Dano inserido no elemento 30.



Fonte: Autoria própria (2018).

Figura 10. Cenários de Redução de Inércia no elemento 30.



Fonte: Autoria própria (2018).

Tabela 1. Comparação entre as frequências naturais obtidas para a estrutura sem dano e para os três cenários de dano no elemento 30 - condições de apoio de terceiro e segundo gênero.

<b>Terceiro e Segundo gênero</b>				
<b>Frequências</b>	<b>Sem Dano (Hz)</b>	<b>Dano de 71,77% no elemento 30 (Hz)</b>	<b>Dano de 5,38% no elemento 30 (Hz)</b>	<b>Dano de 19,78% no elemento 30 (Hz)</b>
1 <sup>a</sup>	26,6742	26,6927	26,6888	26,7182
2 <sup>a</sup>	91,2842	90,1774	91,2527	91,1483
3 <sup>a</sup>	175,4205	177,1708	175,6127	176,0577
4 <sup>a</sup>	327,5509	326,1723	327,5827	327,6087
5 <sup>a</sup>	346,7996	340,0623	346,9400	346,9285

Fonte: Autoria própria (2018)

Tabela 2. Comparação entre as frequências naturais obtidas para a estrutura sem dano e para os três cenários de danos no elemento 30 - condições de apoio de segundo gênero.

<b>Segundo gênero</b>				
<b>Frequências</b>	<b>Sem Dano (Hz)</b>	<b>Dano de 71,77% no elemento 30 (Hz)</b>	<b>Dano de 5,38% no elemento 30 (Hz)</b>	<b>Dano de 19,78% no elemento 30 (Hz)</b>
1 <sup>a</sup>	19,1374	19,1865	19,1486	19,1724
2 <sup>a</sup>	79,8846	78,7577	79,8500	79,7390
3 <sup>a</sup>	169,5174	171,2731	169,7116	170,1606
4 <sup>a</sup>	321,0229	316,6583	320,9230	320,5864
5 <sup>a</sup>	338,3743	336,6461	338,6239	339,0125

Fonte: Autoria própria (2018)

Tabela 3. Comparação entre as frequências naturais obtidas para a estrutura sem dano e para os três cenários de danos no elemento 30 - condições de apoio de terceiro e primeiro gênero.

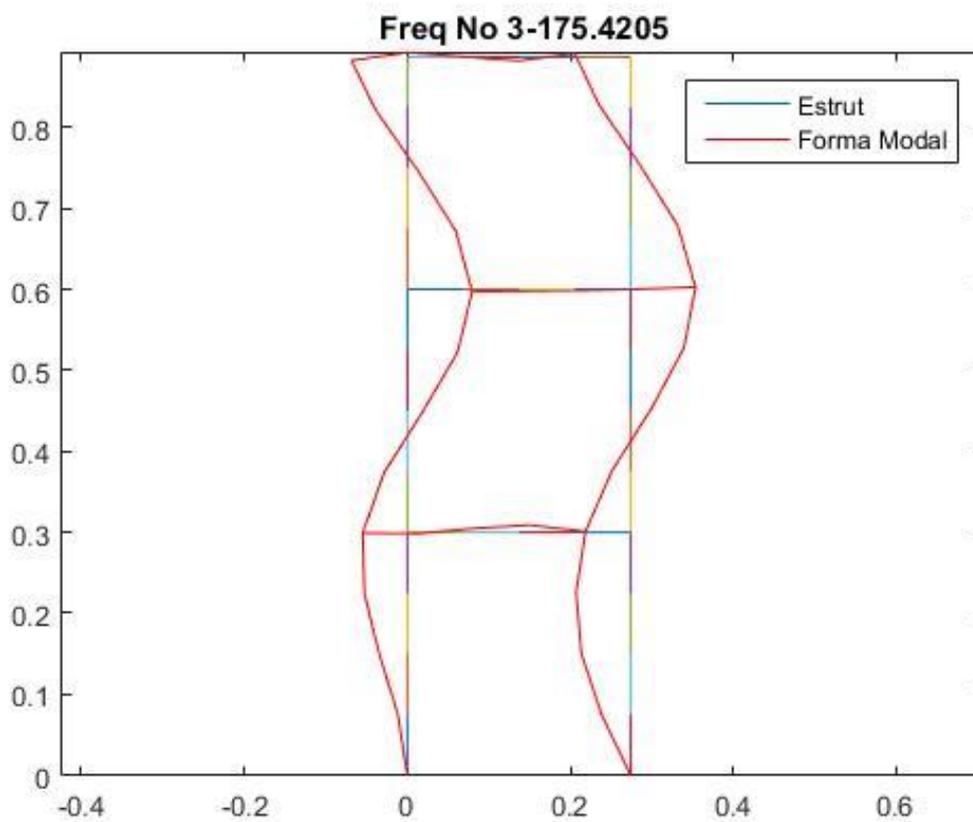
<b>Terceiro e Primeiro gênero</b>				
<b>Frequências</b>	<b>Sem Dano (Hz)</b>	<b>Dano de 71,77% no elemento 30 (Hz)</b>	<b>Dano de 5,38% no elemento 30 (Hz)</b>	<b>Dano de 19,78% no elemento 30 (Hz)</b>
1 <sup>a</sup>	14,1940	14,2629	14,2026	14,2221
2 <sup>a</sup>	59,9090	59,0876	59,8859	59,8085
3 <sup>a</sup>	102,2865	101,9536	102,2831	102,2649
4 <sup>a</sup>	175,5117	177,2226	175,7006	176,1377
5 <sup>a</sup>	327,4648	325,2268	327,4809	327,4545

Fonte: Autoria própria (2018)

Pelos resultados expostos nas tabelas 1 a 3 é possível perceber que o a ocorrência do dano provoca alterações nas frequências naturais, sendo o dano de maior magnitude (71,77%) responsável por provocar a maior variação na frequência em 93,33% dos casos estudados.

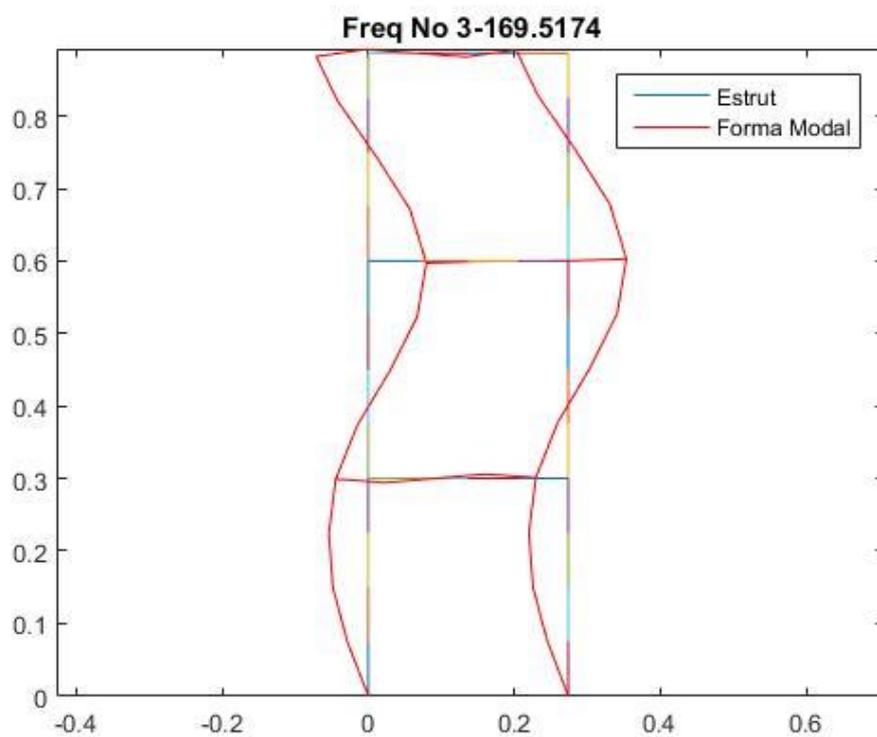
As figuras 11 a 13 apresentam o terceiro modo de vibração para cada hipótese de condição de contorno.

Figura 11. Terceiro modo de vibração – condição de contorno de terceiro e segundo gênero.



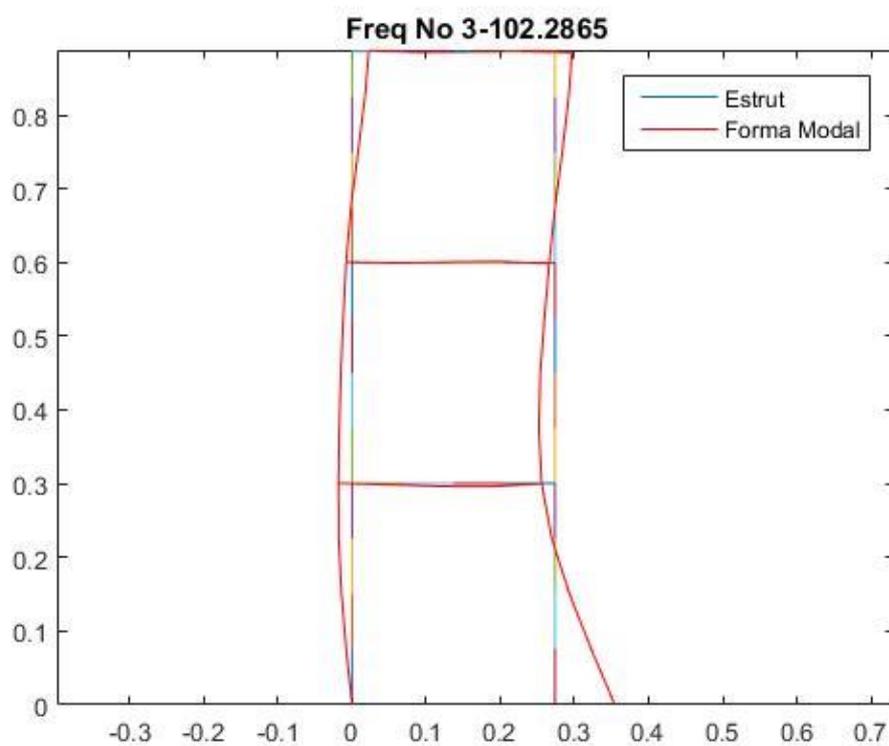
Fonte: Autoria própria (2018)

Figura 12. Terceiro modo de vibração - condição de contorno de segundo gênero



Fonte: Autoria própria (2018)

Figura 13. Terceiro modo de vibração - condição de contorno de segundo e primeiro gênero



Fonte: Autoria própria (2018)

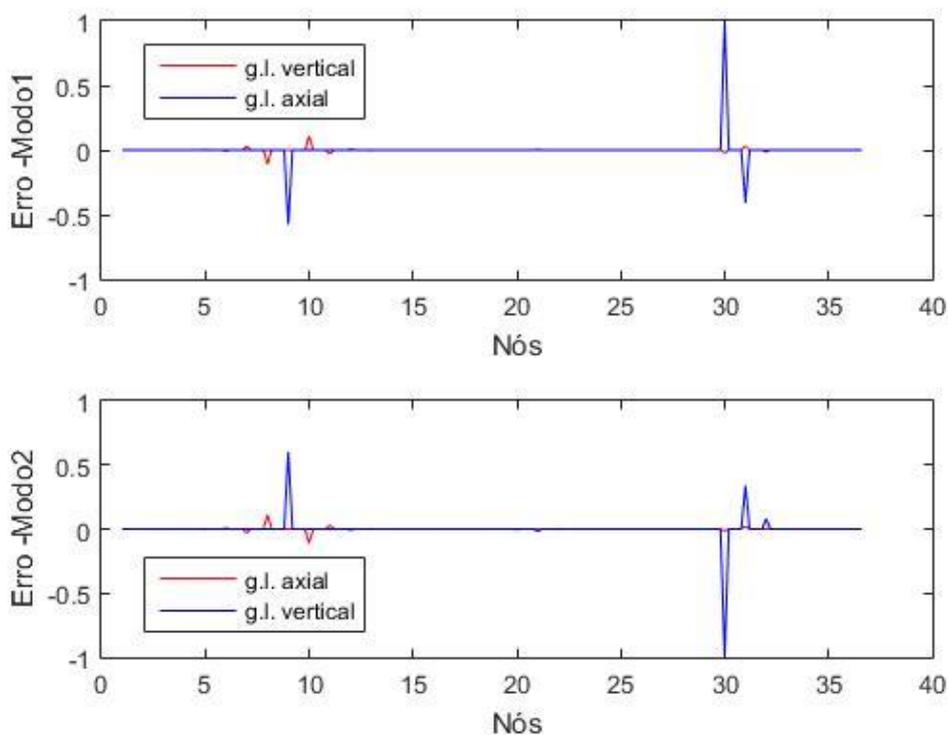
Os modos de vibração para a primeira configuração de condições de contorno (terceiro e segundo gênero) para a estrutura intacta e para o primeiro cenário de dano (71,77% no elemento 30) estão no apêndice A e B respectivamente.

Aplicando o método do erro na Equação de movimento aos modos de vibração do pórtico com dano, identifica-se a região danificada.

As figuras 14 e 15 apresentam os gráficos obtidos da função erro para os cinco primeiros modos de vibração com condensação estática, para o pórtico com condições de apoio de engaste e segundo gênero e dano de 71,77% no elemento 30. Os gráficos são normalizados pelo máximo valor da função erro a fim de que estes sejam apresentados na mesma escala, melhorando a comparação entre os diferentes modos de vibração.

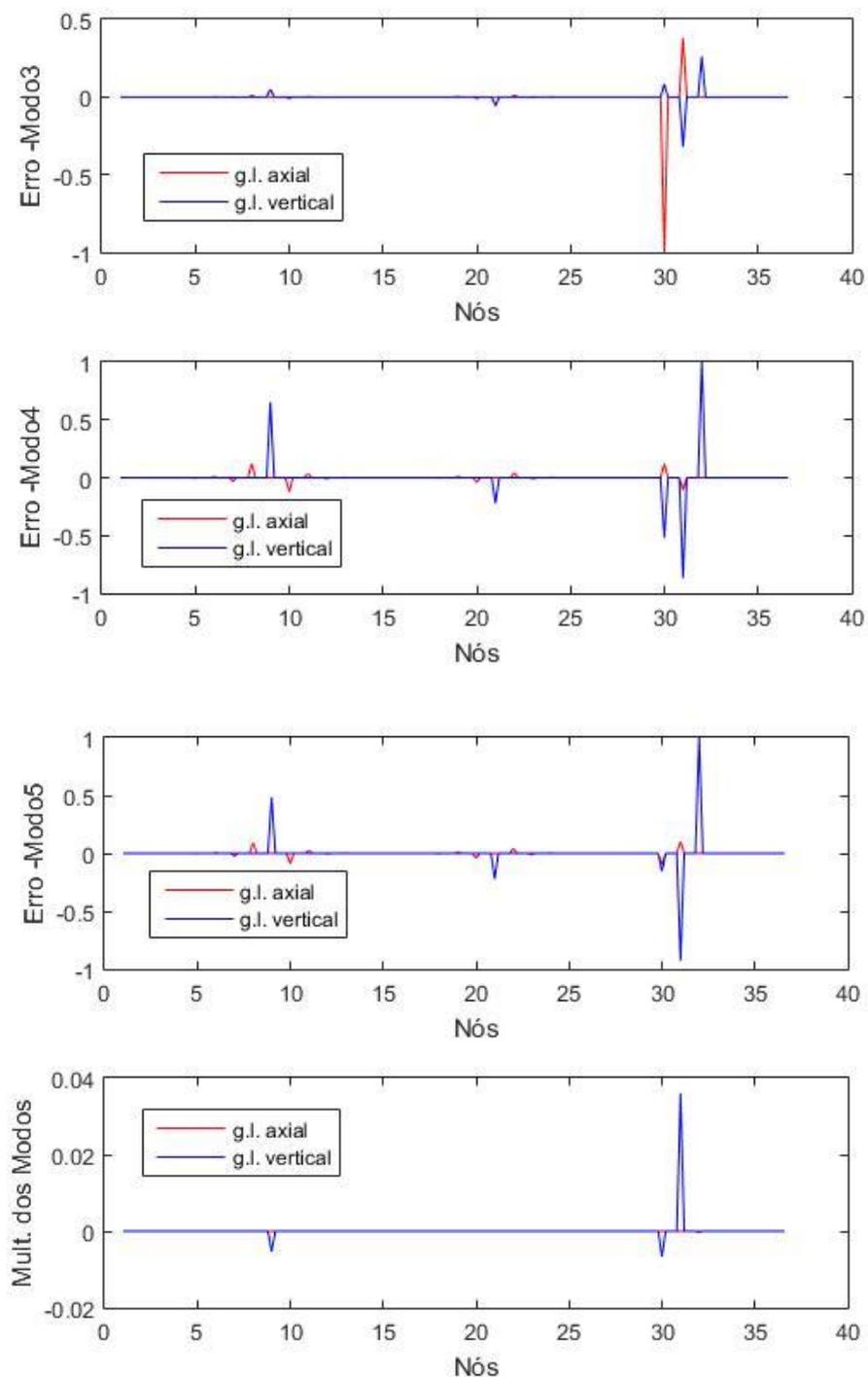
Posteriormente é adotada a metodologia de multiplicação das funções erro (Figura 15) obtidas para os cinco modos de vibração a fim de ressaltar a localização do dano, diminuindo o espalhamento dos picos.

Figura 14. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário de dano um, com redução de inércia de 71,77% no elemento 30 (Modos 1 e 2), com condensação estática.



Fonte: Autoria própria (2018)

Figura 15. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário de dano um, com redução de inércia de 71,77% no elemento 30 (Modos 3, 4, 5 e Multiplicação), com condensação estática



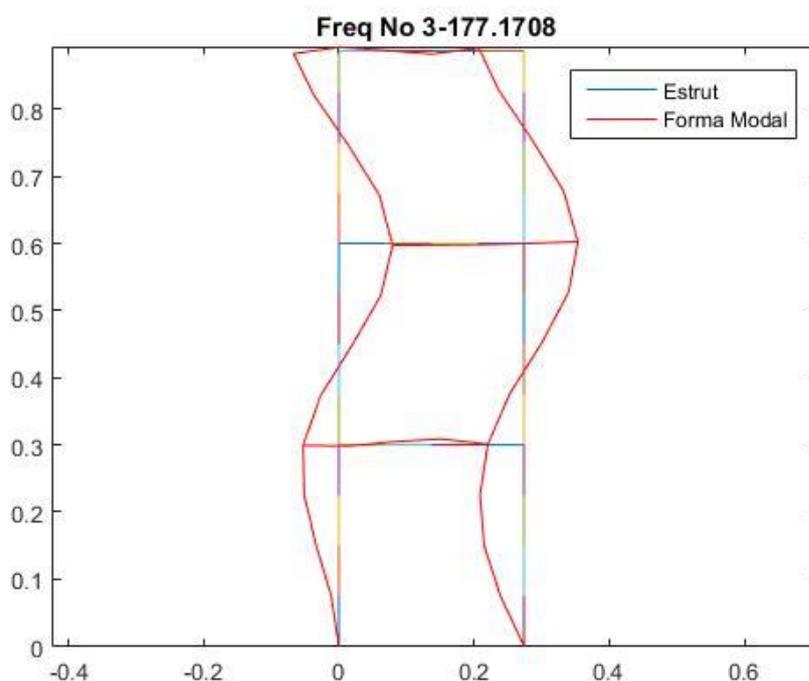
Fonte: Autoria própria (2018)

A partir dos resultados apresentados na Figura 15 é possível perceber que o maior valor da função erro estão localizados nos nós 30 e 31, indicando a localização exata do elemento danificado.

Quando a condensação estática é feita, o modelo é simplificado e as variações na função erro tendem a se espalhar para os outros elementos (Kho *et al.*, 1995) como pode ser observado nas figuras 14 e 15, havendo espalhamento das variações na função erro para todos os modos de vibração estudados. Devido à magnitude do dano, são apresentados outros picos em locais próximos do elemento 30, como nos nós 9 e 21, próximos da ligação das barras e no elemento vizinho, respectivamente. Apesar de a análise aqui presente não ter sido feita para a situação sem condensação estática, esta comparação é feita com base nos resultados obtidos por Brasiliano (2001), que analisa as duas hipóteses.

É interessante observar que os deslocamentos são influenciados de maneira diferente pelo dano. O grau de liberdade axial sofre bem menos alteração que o grau de liberdade vertical em todos os modos de vibração, com exceção do terceiro modo. Isso pode ser justificado pela forma que o modo de vibração assume, especificamente na região onde está localizado o elemento 30 e suas adjacências, como mostrado na Figura 16, tendo maior variação nas coordenadas axiais em relação aos eixos globais.

Figura 16. Terceiro modo de vibração para o cenário de dano 1.

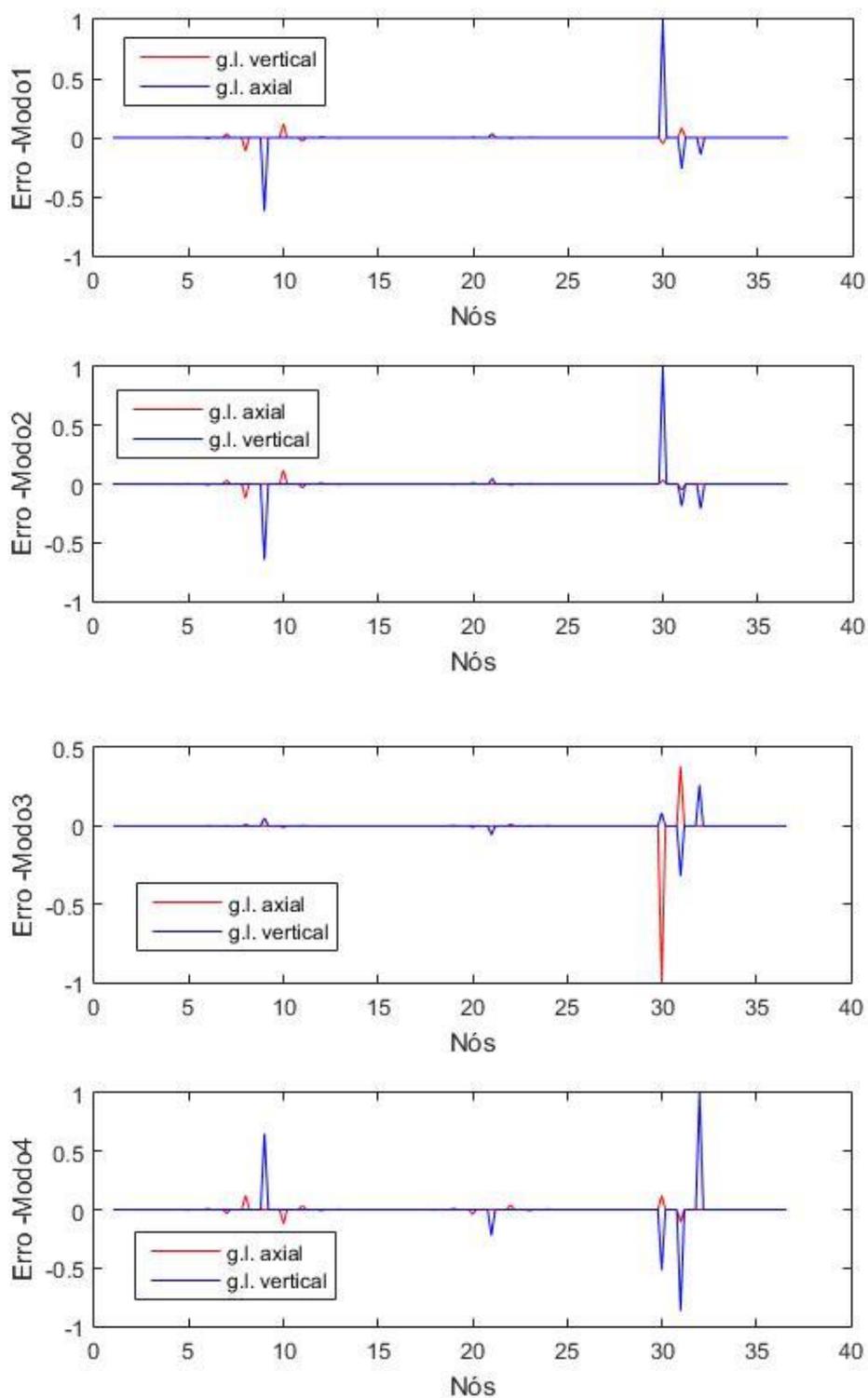


Fonte: Autoria própria (2018)

Dessa forma, a fim de explicitar o local do dano e reduzir tais espalhamentos aplicou-se a metodologia da multiplicação das funções erro correspondentes aos cinco primeiros modos de vibração. A partir da Figura 15 observa-se que os maiores picos da função erro estão presentes nos nós 30 e 31 (Figura 9), visto que estes picos indicam alterações provocadas pelo dano, confirma-se que o elemento danificado é o 30 porém os elementos 29 e 31 sofrem influência do dano por estarem nas adjacências.

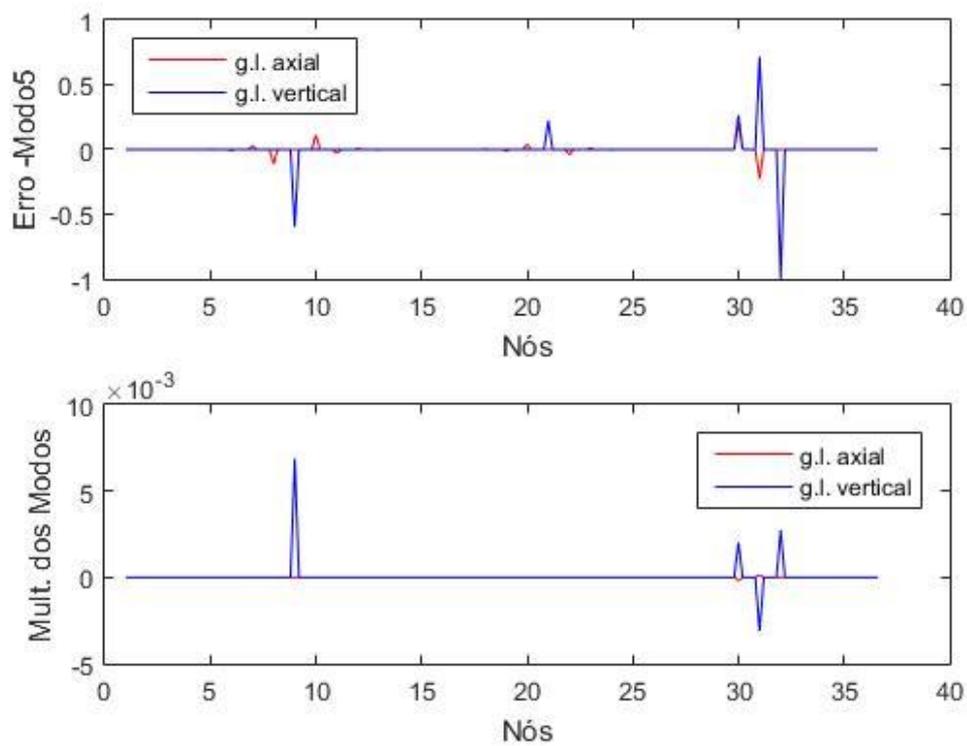
Para os danos de 19,78% e 5,38% o método do erro permitiu sua correta localização, como mostrado nas figuras 17 a 20, com uma análise dos resultados análoga a que foi feita para o dano de 71,77% no mesmo elemento 30.

Figura 17. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário dois com dano de 19,78% no elemento 30 (Modos 1, 2, 3 e 4), com condensação estática.



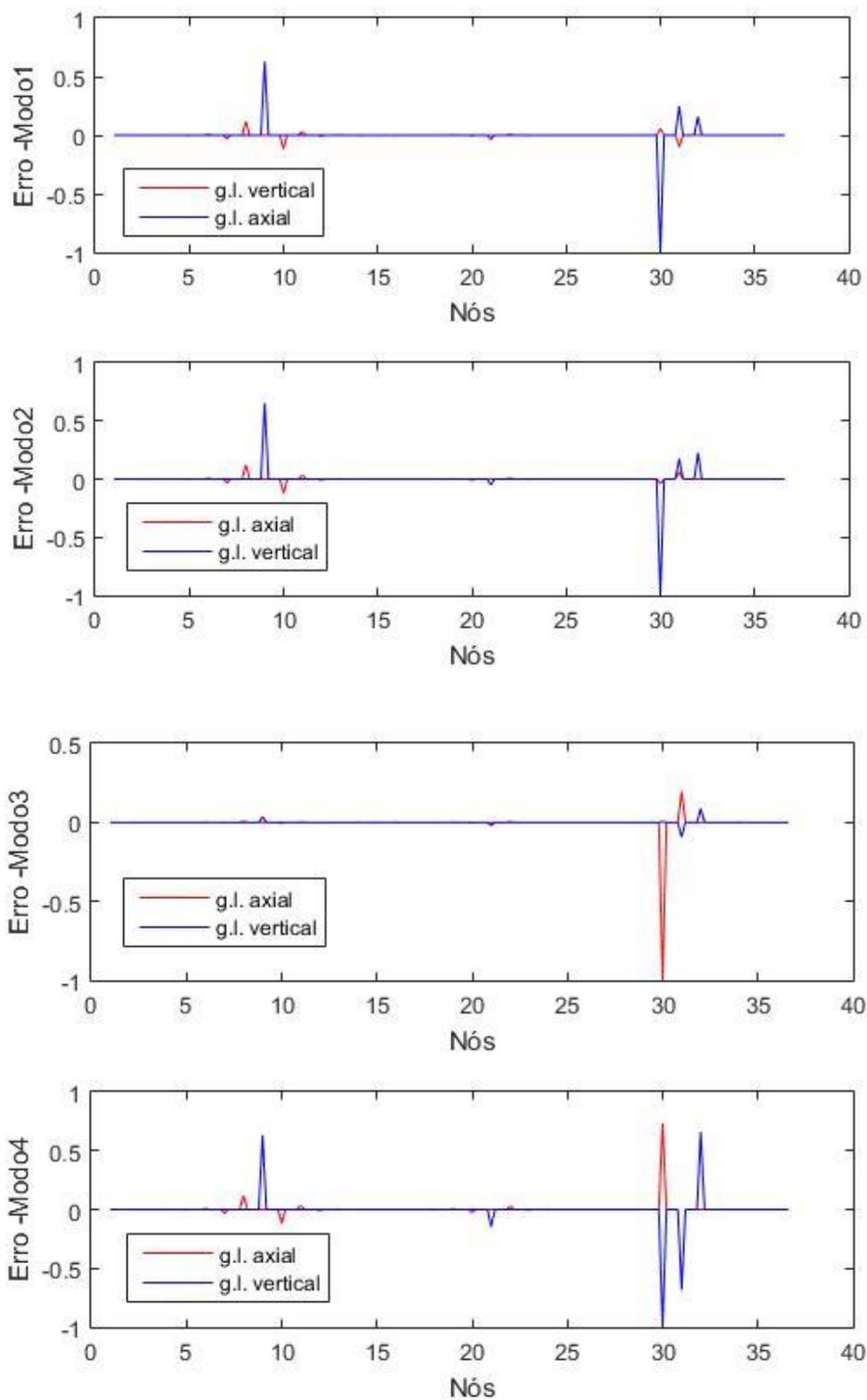
Fonte: Autoria própria (2018)

Figura 18. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário dois com dano de 19,78% no elemento 30 (Modo 5 e Mult.), com condensação estática.



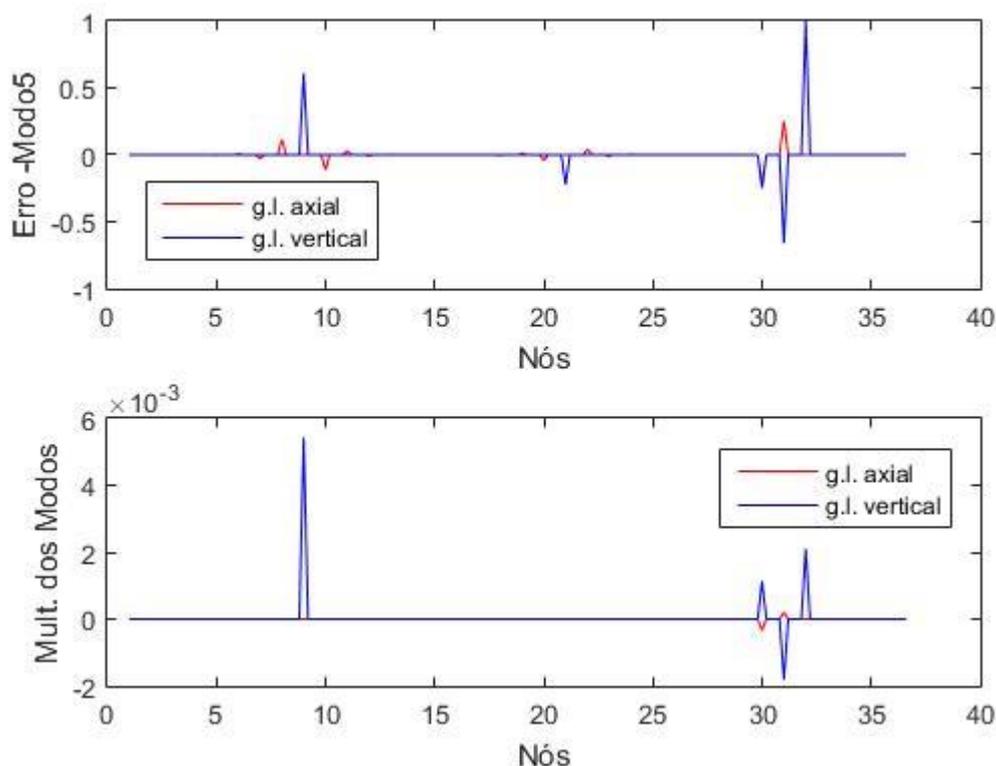
Fonte: Autoria Própria (2018)

Figura 19. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário três com dano de 5,38%, no elemento 30 (Modos 1, 2, 3 e 4), com condensação estática.



Fonte: Autoria própria (2018)

Figura 20. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário três com dano de 5,38% no elemento 30 (Modo 5 e Multiplicação), com condensação estática.



Fonte: Autoria própria (2018)

Para o dano intermediário e de pequena magnitude (cenários 2 e 3) percebe-se que há um pico no nó 9, que junto ao nó 30, delimitam o elemento 29 (Figura 9). Se o dano estiver em um local onde a rotação é de grande influência, quando é feita a condensação estática, o espalhamento dos picos tende a ser mais significativo, podendo justificar o fato ocorrido.

Em seguida, mais três cenários foram testados para as três condições de contorno, fixando a redução de 19,78% e variando o elemento, sendo estes o dano no elemento 8 (Figura 21), no elemento 2 (Figura 22) e nos elementos 11 e 18 (Figura 23) simultaneamente. Os valores das frequências de vibração para cada situação citada estão nas tabelas 4 a 6.

Tabela 4. Frequências naturais obtidas para a estrutura nos três cenários de dano variando a posição dos elementos danificados e mantendo a redução de inércia de 19,78% - condição de contorno de terceiro e segundo gênero.

<b>Condições de contorno: Terceiro e Segundo gênero</b>		
<b>Dano de 19,78% no elemento 8 (6) (Hz)</b>	<b>Dano de 19,78% no elemento 2 (7) (Hz)</b>	<b>Dano de 19,78% nos elementos 11 e 18 (8) (Hz)</b>
26,6438	26,5133	26,8375
91,2153	91,1214	91,2933
174,1934	175,4408	175,2980
327,4795	326,3856	327,0460
346,5126	346,4810	347,2287

Fonte: Autoria própria (2018)

Tabela 5. Frequências naturais obtidas para a estrutura nos três cenários de dano variando a posição dos elementos danificados e mantendo a redução de inércia de 19,78% - condição de contorno de segundo e segundo gênero.

<b>Condições de contorno: Segundo e Segundo gênero</b>		
<b>Dano de 19,78% no elemento 8 (6) (Hz)</b>	<b>Dano de 19,78% no elemento 2 (7) (Hz)</b>	<b>Dano de 19,78% nos elementos 11 e 18 (8) (Hz)</b>
19,1320	19,0752	19,2424
79,7005	79,7792	79,9542
168,4992	169,4324	169,3734
321,0781	319,7057	320,2408
338,2679	336,8314	339,4302

Fonte: Autoria própria (2018)

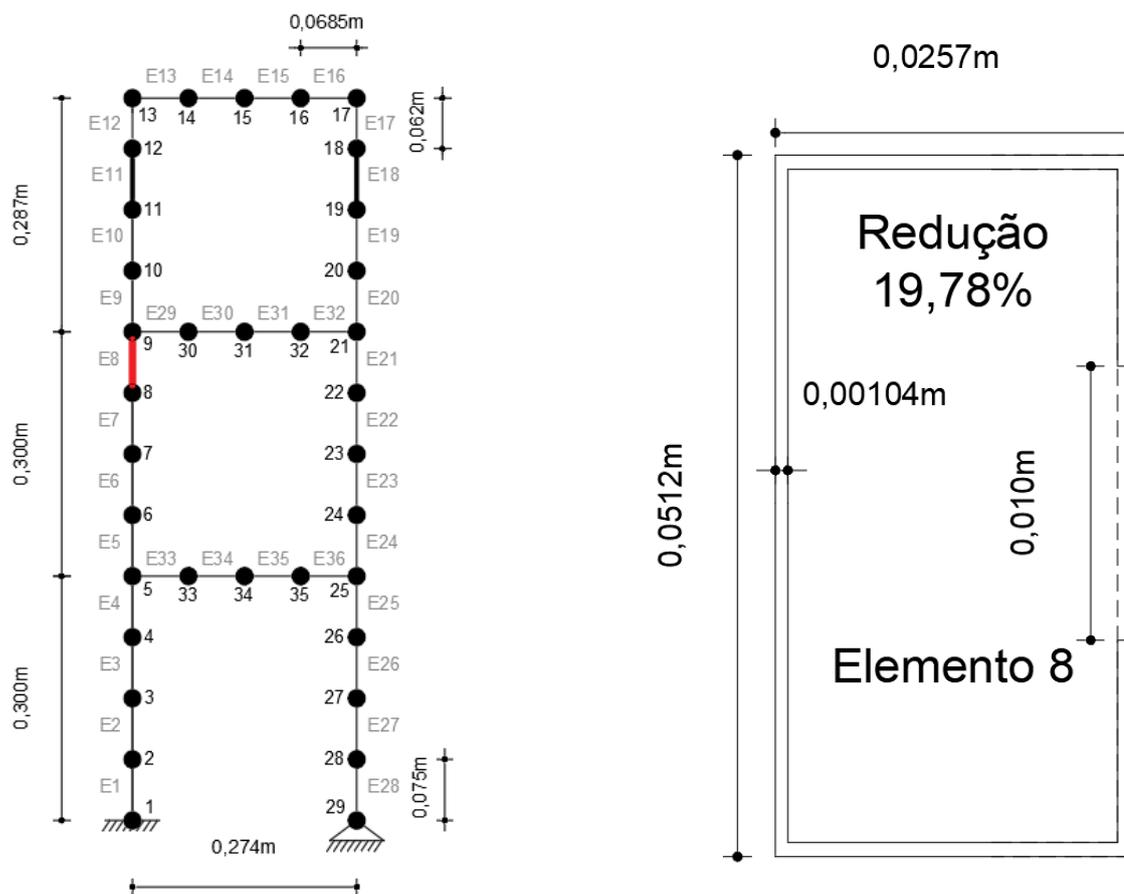
Tabela 6. Frequências naturais obtidas para a estrutura nos três cenários de dano variando a posição dos elementos danificados e mantendo a redução de inércia de 19,78% - condição de terceiro e segundo gênero.

<b>Condições de contorno: Terceiro e Primeiro gênero</b>		
<b>Dano de 19,78% no elemento 8 (Hz)</b>	<b>Dano de 19,78% no elemento 2 (Hz)</b>	<b>Dano de 19,78% nos elementos 11 e 18 (Hz)</b>
14,2164	14,0885	14,2611
59,6025	59,8418	60,0075
102,3205	102,2947	102,2622
174,5053	175,3939	175,3923
327,4080	326,0924	326,9540

Fonte: Autoria própria (2018)

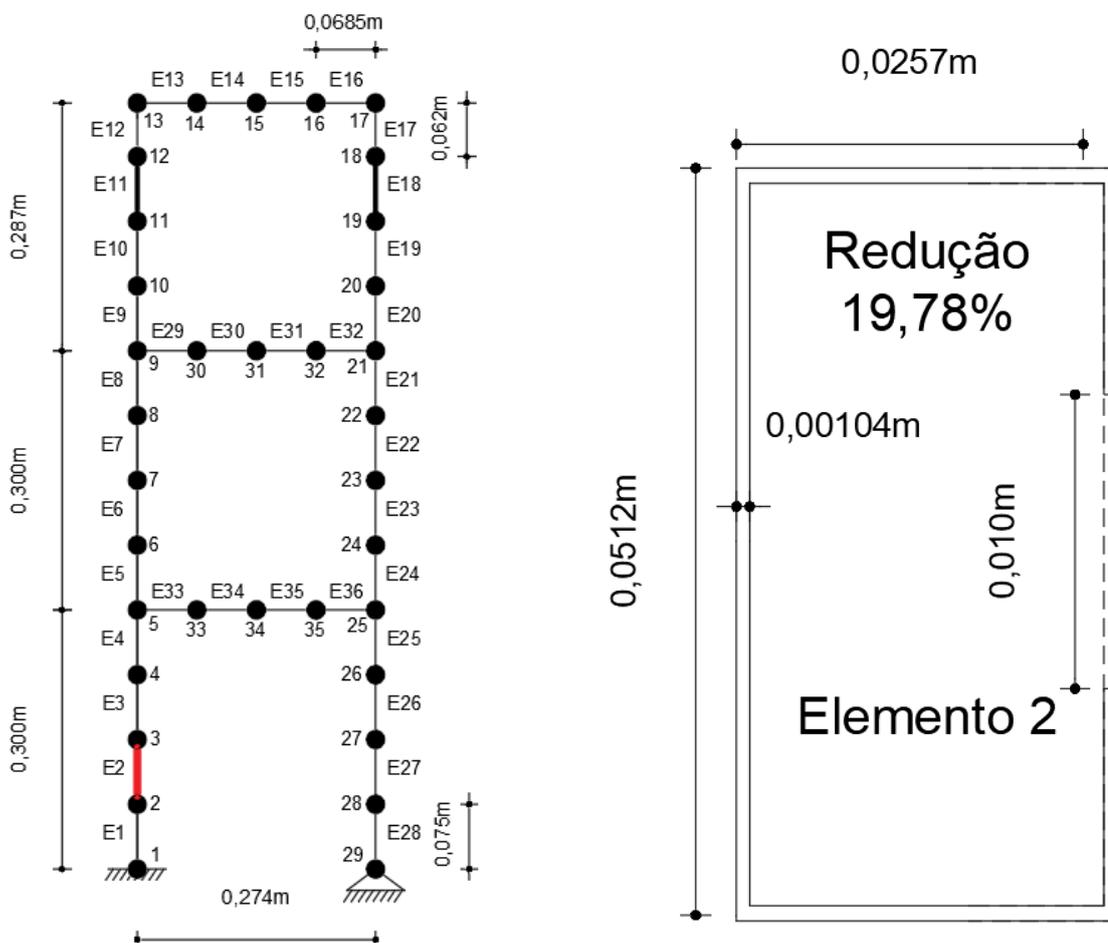
Pelos resultados apresentados nas tabelas 4 a 6, pode-se concluir que o cenário de dano 4 e 5, com redução de 19,78% de inércia nos elementos 8 e 2 respectivamente, foram responsáveis por produzirem a maior alteração nas frequências naturais para 40% das situações estudadas, cada, seguidos do cenário seis, com redução de 19,78% de inércia nos elementos 11 e 18 simultaneamente, responsável pela maior variação em 20% dos casos.

Figura 21. Dano inserido no elemento 8 e seção transversal reduzida após o dano.



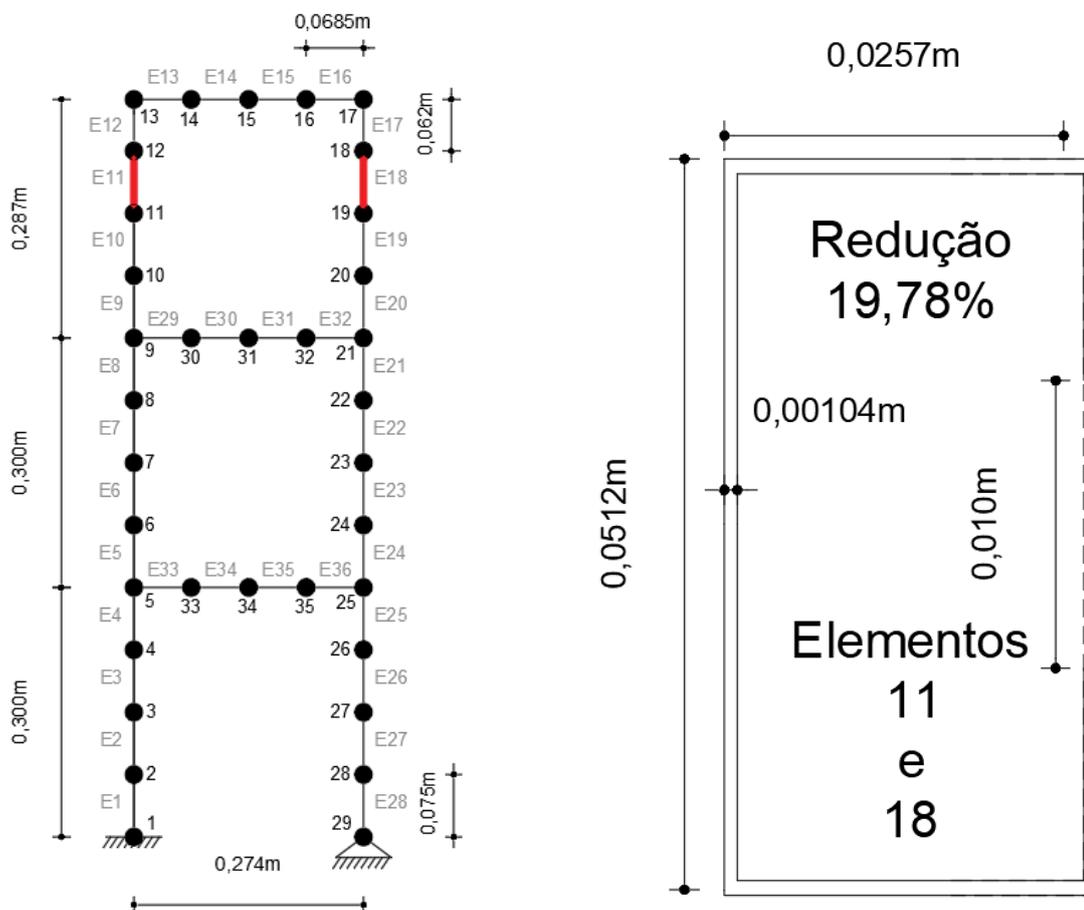
Fonte: Autoria própria (2018)

Figura 22. Dano inserido no elemento dois e seção transversal reduzida após o dano



Fonte: Autoria própria (2018)

Figura 23. Dano inserido nos elementos 11 e 18 e seção transversal reduzida após o dano.

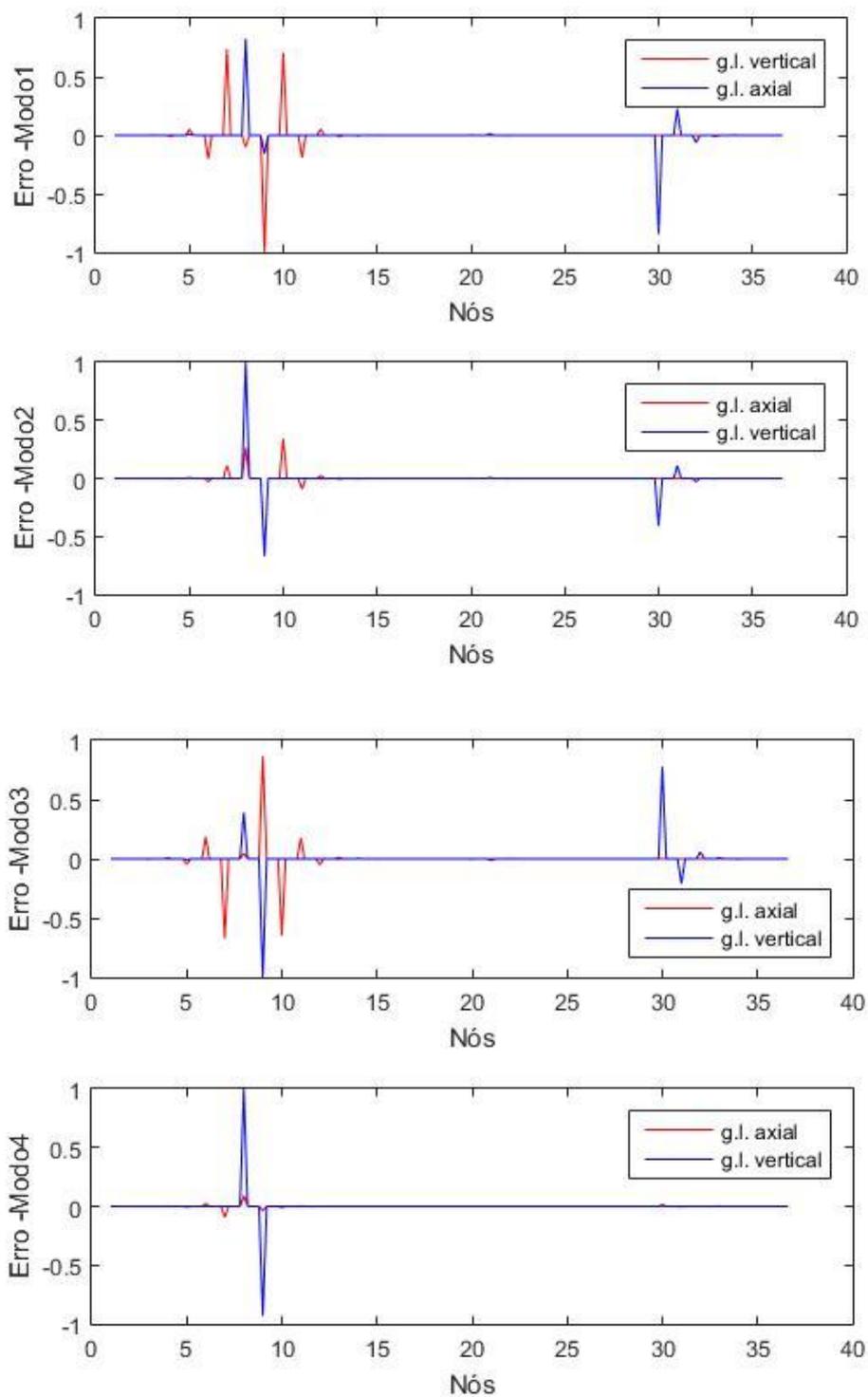


Fonte: Autoria própria (2018)

Pode-se perceber que, assim como nos cenários anteriores, o dano pode ser identificado corretamente através do método do erro na Equação de movimento como sendo no elemento 8, delimitado pelos nós 8 e 9 (figuras 24 e 25). Devido a condensação estática há o espalhamento de picos para os elementos vizinhos, neste caso, aparecem picos nos nós 30, 31 e 32, que delimitam os elementos 30, que está diretamente ligado ao elemento danificado, e 31, situado a direita de 30.

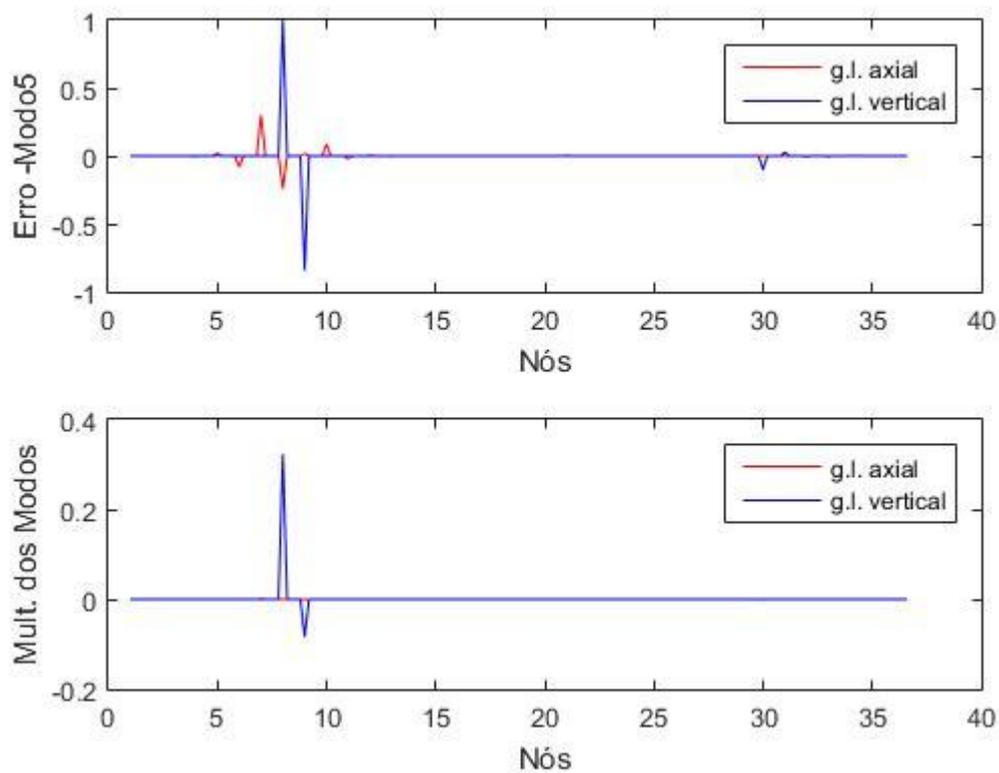
Mais uma vez, o grau de liberdade vertical sofre mais influência com o dano, porém, devido a forma característica de cada modo de vibração, o grau de liberdade axial sofre também influência do dano, em menor escala, como pode ser comprovado tomando os modos 1 e 3 como exemplo.

Figura 24. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário de dano quatro, no elemento 8 (Modos 1, 2, 3 e 4), com condensação estática.



Fonte: Autoria própria (2018)

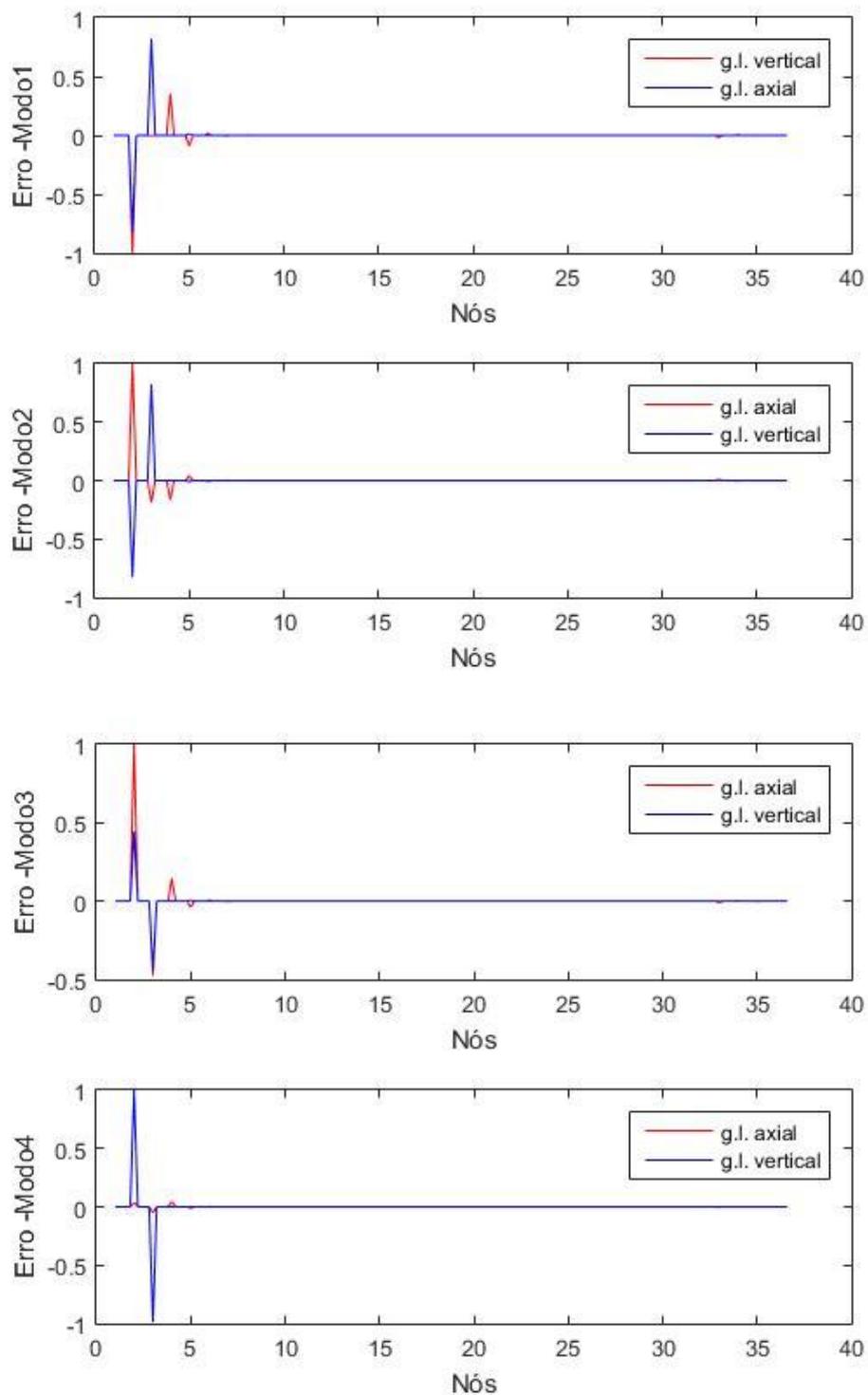
Figura 25. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário de dano quatro, no elemento 8 (Modo 5 e Multiplicação), com condensação estática.



Fonte: Autoria própria (2018)

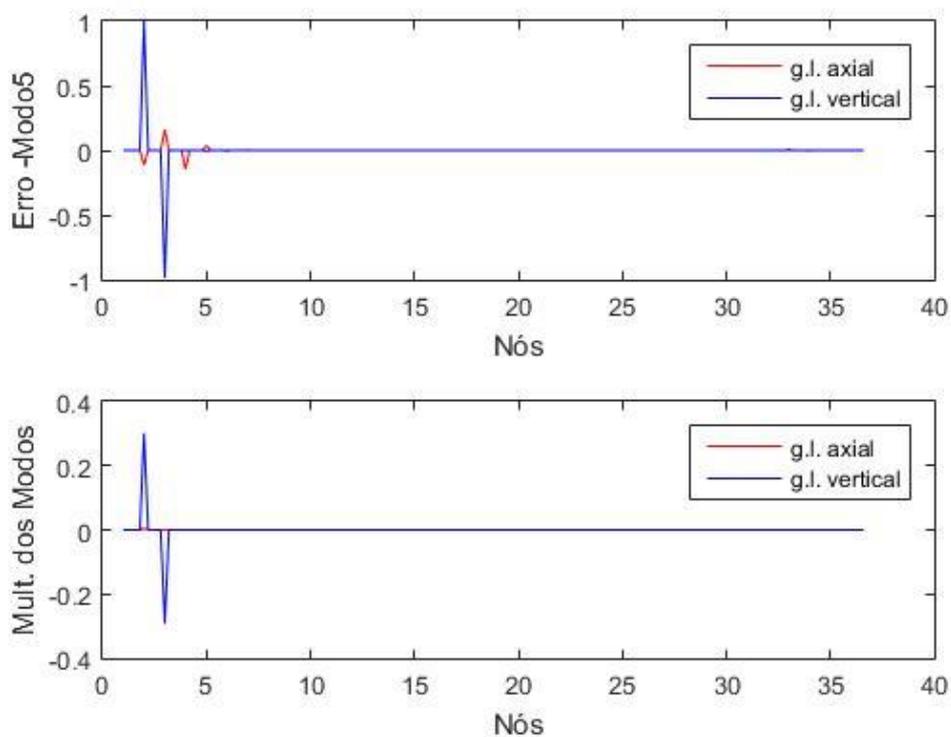
As figuras 26 e 27 mostram o método do erro na Equação de movimento para o cenário cinco, onde o dano é localizado no elemento dois, próximo ao apoio.

Figura 26. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário de dano 5, no elemento 2 (Modos 1, 2, 3 e 4), com condensação estática.



Fonte: Autoria própria (2018)

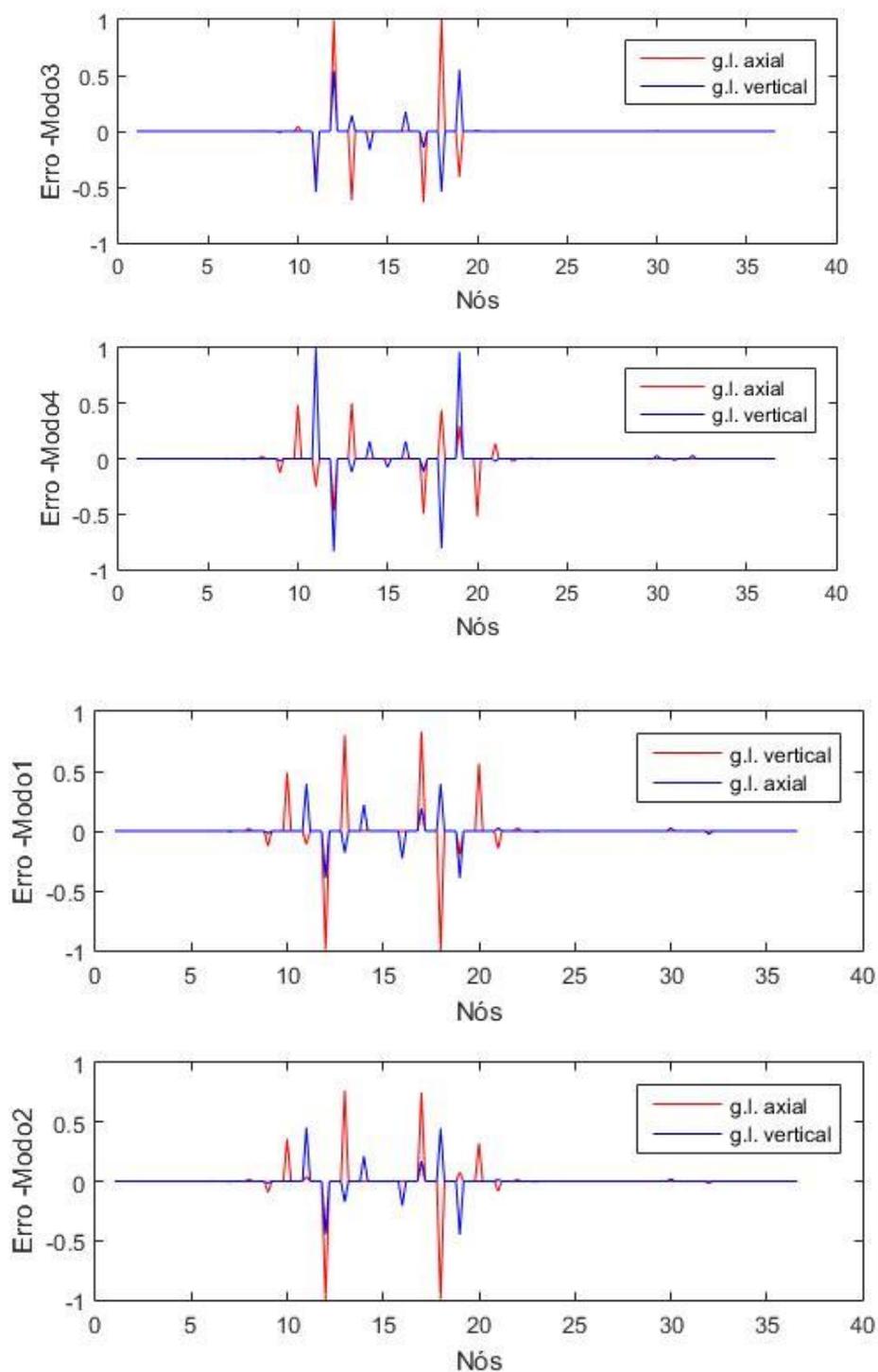
Figura 27. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário de dano 5, no elemento 2 (Modo 5 e Multiplicação), com condensação estática.



Fonte: Autoria própria (2018)

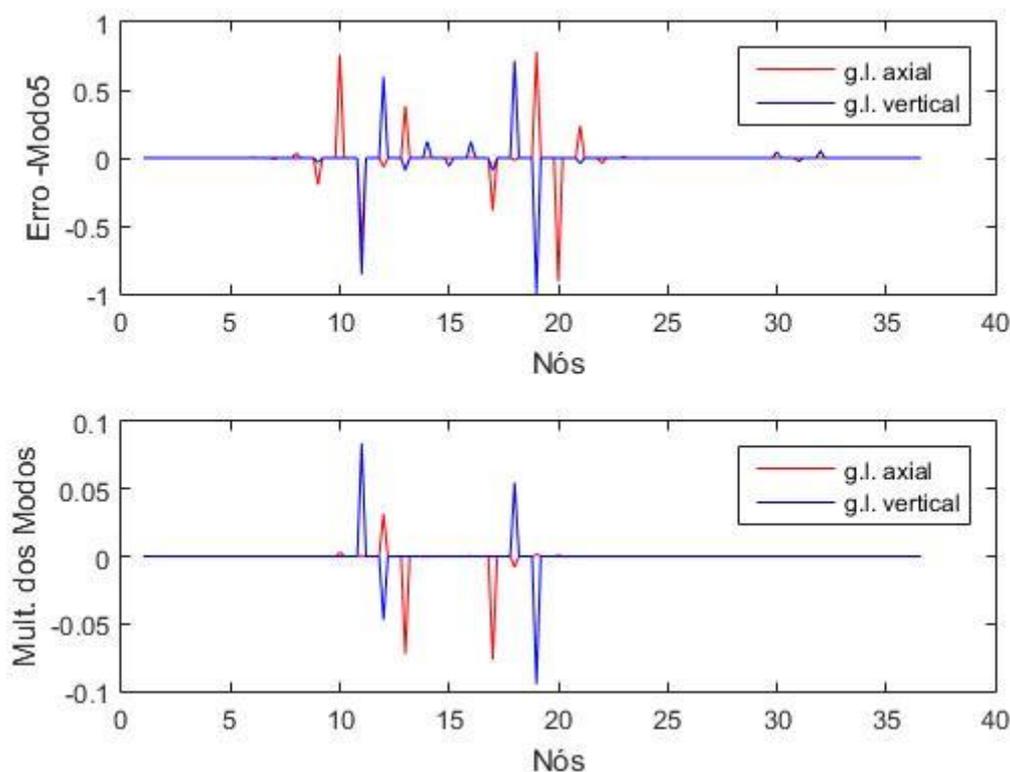
Nas figuras 28 e 29 estão apresentados os resultados do método do erro na Equação de movimento para o cenário seis, onde foram causados danos nos elementos 11 e 18, simultaneamente, a fim de avaliar se o método é capaz de identificar satisfatoriamente danos localizados de maneira simétrica, visto que Lam *et al.* (1998) comenta a falta de fidelidade dos dados em situações de estruturas simétricas, que tem seus danos localizados em posições simétricas.

Figura 28. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário de dano seis, nos elementos 11 e 18 (Modos 1, 2, 3 e 4), com condensação estática.



Fonte: Autoria própria (2018)

Figura 29. Método do Erro na Equação de Movimento para o cenário de dano seis, nos elementos 11 e 18 (Modo 5 e Multiplicação), com condensação estática.



Fonte: A autoria própria (2018)

O método do erro na Equação de movimento foi capaz de detectar corretamente os locais dos elementos danificados, delimitados pelos nós 11 e 12 no caso do elemento 11, e 18 e 19, no caso do elemento 18 como é evidenciado no gráfico relativo à metodologia da multiplicação da função erro (E) correspondente aos cinco primeiros modos de vibração (figuras 28 e 29). Devido à condensação estática, percebe-se novamente o espalhamento dos picos para os elementos adjacentes. Analogamente às análises anteriores, o grau de liberdade vertical sofre mais influência dos danos, apesar do grau de liberdade axial também sofrer influência devido a forma que os modos de vibração assumem, tendo grande variação das coordenadas axiais nos elementos onde foram inseridos os danos.

Para efeito de simplificação da análise, os comentários feitos para estes resultados apresentados se estendem para as outras configurações de contorno.

## 5.2. VIGA LIVRE-LIVRE

A viga livre-livre foi discretizada em 30 elementos finitos de barra com dois graus de liberdade por nó. As características geométricas e do material da viga estão dispostas a seguir:

- Comprimento da viga:  $L = 1,48m$
- Área da seção transversal:  $A_L = 2,330 \times 10^{-4} m^2$
- Momento de Inércia:  $I = 1,38207 \times 10^{-8} m^4$
- Módulo de Elasticidade:  $E = 2,05 \times 10^{11} N/m^2$
- Massa específica:  $\rho = 7124,46 kg/m^3$
- Comprimento do elemento:  $L = 0,0493m$
- Coeficiente de Poisson:  $\nu = 0,29$

Para este caso, as matrizes de rigidez (Equação 22) e massa (equações 23 e 24) dos elementos são as seguintes:

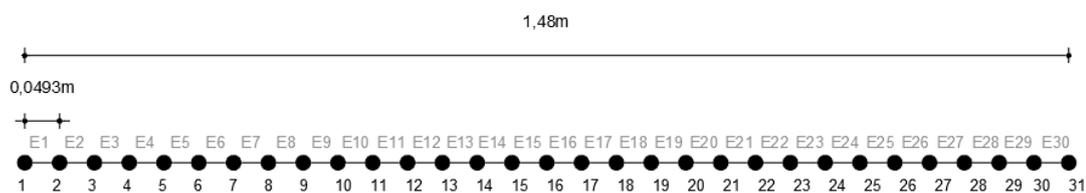
$$k = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{-12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L} & \frac{12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^3} & \frac{2EI}{L} & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$m = \rho AL \begin{bmatrix} \frac{13}{35} & \frac{11}{210L} & \frac{9}{70} & \frac{-13}{420L} \\ \frac{11}{210L} & \frac{1}{105L^2} & \frac{13}{420L} & \frac{-1}{140L^2} \\ \frac{9}{70} & \frac{13}{420L} & \frac{13}{210L} & \frac{-11}{105L^2} \\ \frac{-13}{420L} & \frac{-1}{140L^2} & \frac{-11}{210L} & \frac{1}{105L^2} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$m = \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

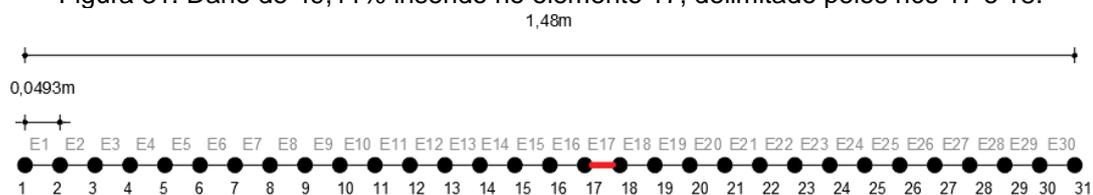
A figura 30 esquematiza a discretização feita para análise numérica da viga livre-livre intacta. Um dano de 49,11% foi inserido no elemento 17, delimitado pelos nós 17 e 18, como mostrado na Figura 31.

Figura 30. Discretização da viga em 30 elementos finitos de barra com dois graus de liberdade por nó.



Fonte: Aatoria própria (2018)

Figura 31. Dano de 49,11% inserido no elemento 17, delimitado pelos nós 17 e 18.



Fonte: Aatoria própria (2018)

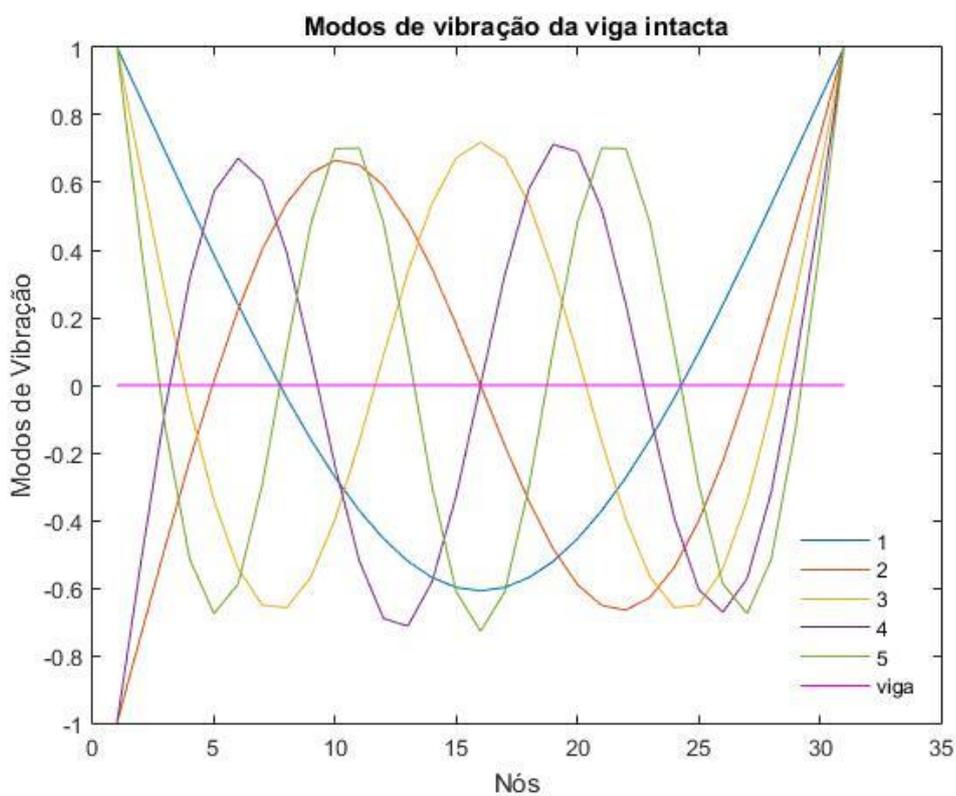
Por meio de outro código computacional desenvolvido por Brasiliano (2001) foi possível obter as frequências naturais, apresentadas na Tabela 7, e modos de vibração mostrados nas figuras 32 e 33 para a viga intacta e com dano de 49,11% inserido no elemento 17 a fim de representar o dano real feito no modelo físico para a análise experimental.

Tabela 7. Cinco primeiras frequências naturais para a viga intacta e com dano de 49,11% no elemento 17, delimitado pelos nós 17 e 18.

Frequências Naturais	Sem dano (Hz)	Dano de 49,11% no elemento 17 (Hz)
1 <sup>a</sup>	67,0207	64,7276
2 <sup>a</sup>	184,3088	183,5412
3 <sup>a</sup>	360,4865	354,0655
4 <sup>a</sup>	594,5264	588,5033
5 <sup>a</sup>	886,0636	876,9283

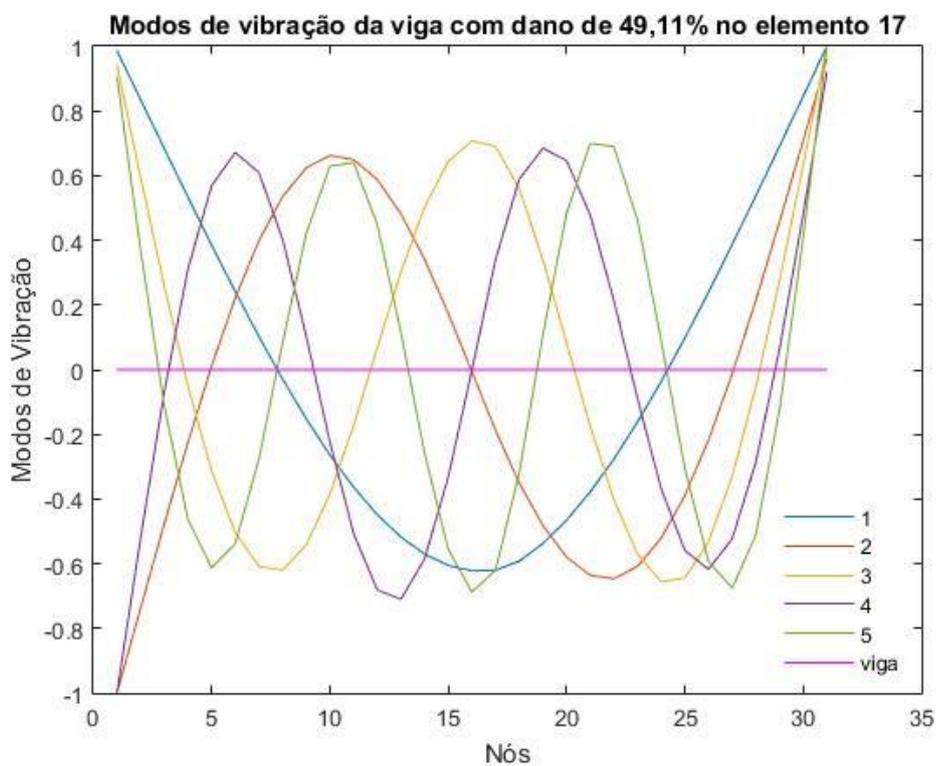
Fonte: Autoria própria (2018)

Figura 32. Modos de vibração para a viga intacta.



Fonte: Autoria própria (2018)

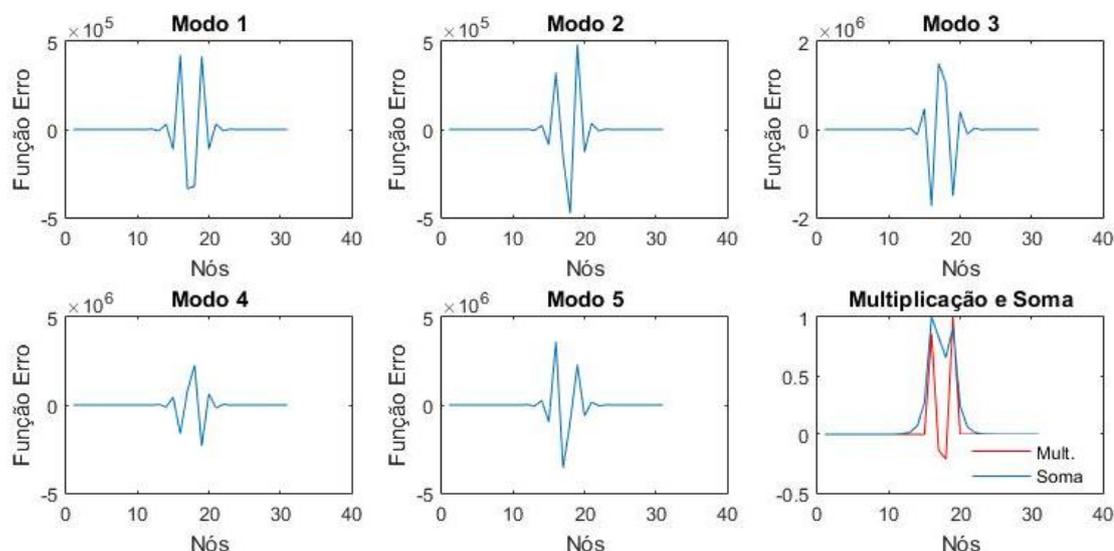
Figura 33 - Modos de Vibração para a viga com dano de 49,11% no elemento 17



Fonte: Autoria própria (2018)

Não é possível identificar visualmente de forma precisa as alterações produzidas pelo dano nos modos de vibração. Foi possível obter a localização do dano através do Método do Erro para os cinco primeiros modos de vibração como consta na Figura 34:

Figura 34 - Método do Erro na Equação de Movimento para os cinco primeiros modos de vibração da viga livre-livre com dano no elemento 17, delimitado pelos nós 17 e 18.

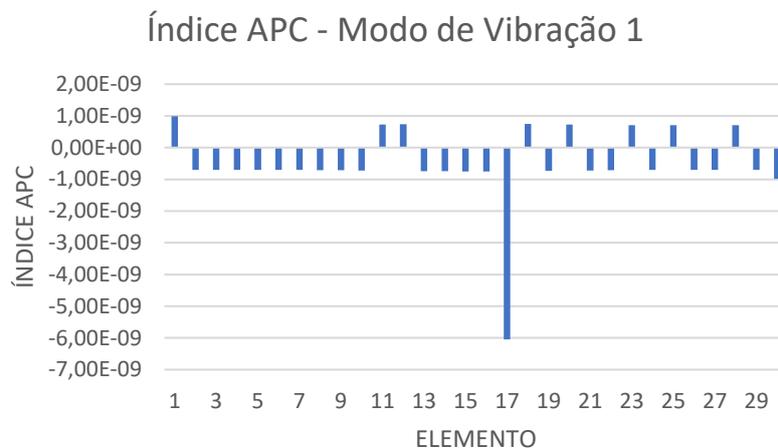


Fonte: Autoria própria (2018)

Como pode ser observado, é possível que devido à condensação estática feita tenha ocorrido o espalhamento dos picos para os nós 18 e 19, visto que o elemento danificado é delimitado pelos nós 16 e 17, ainda assim, restringiu-se o dano à uma região de aproximadamente 20 cm, o que pode ser considerado um resultado preciso devido a ordem de grandeza das dimensões da viga.

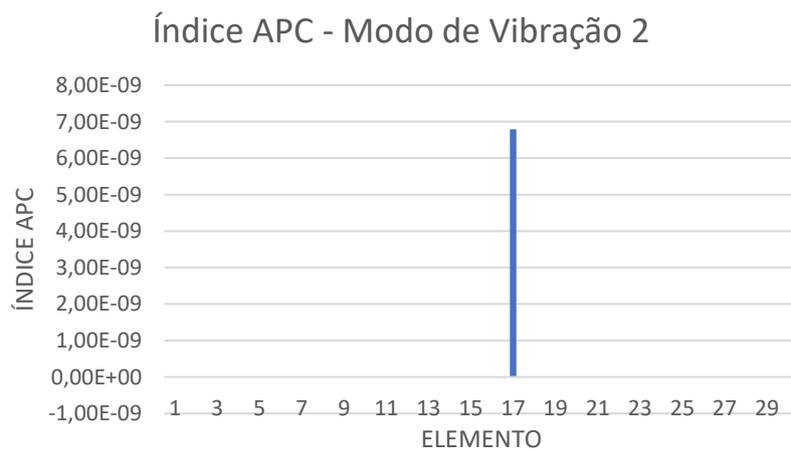
Para a análise numérica da viga foi utilizada também a técnica APC, em conjunto com a técnica DSM, esta última sendo responsável por confirmar a localização do dano. Para o caso desta viga, foram tomados os três primeiros modos de vibração. Os resultados da técnica APC foram calculados utilizando a Equação 17 e estão expostos nas figuras 35 a 37.

Figura 35. Índice APC para o primeiro modo de vibração da viga com dano de 49,11% no elemento 17.



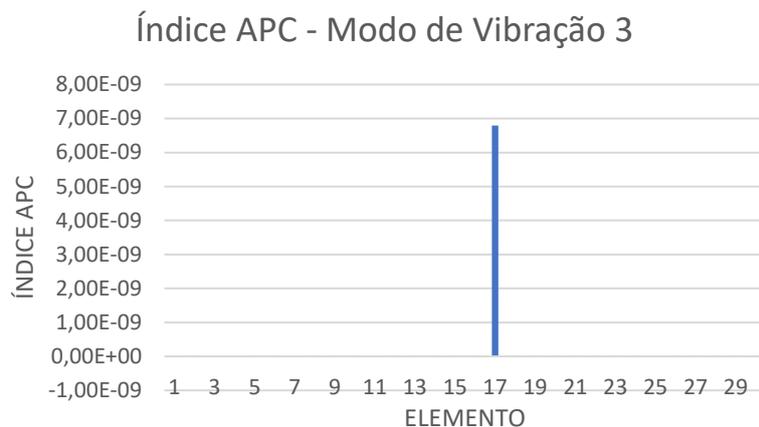
Fonte: Autoria própria (2018)

Figura 36. Índice APC para o segundo modo de vibração da viga com dano de 49,11% no elemento 17



Fonte: Autoria própria (2018)

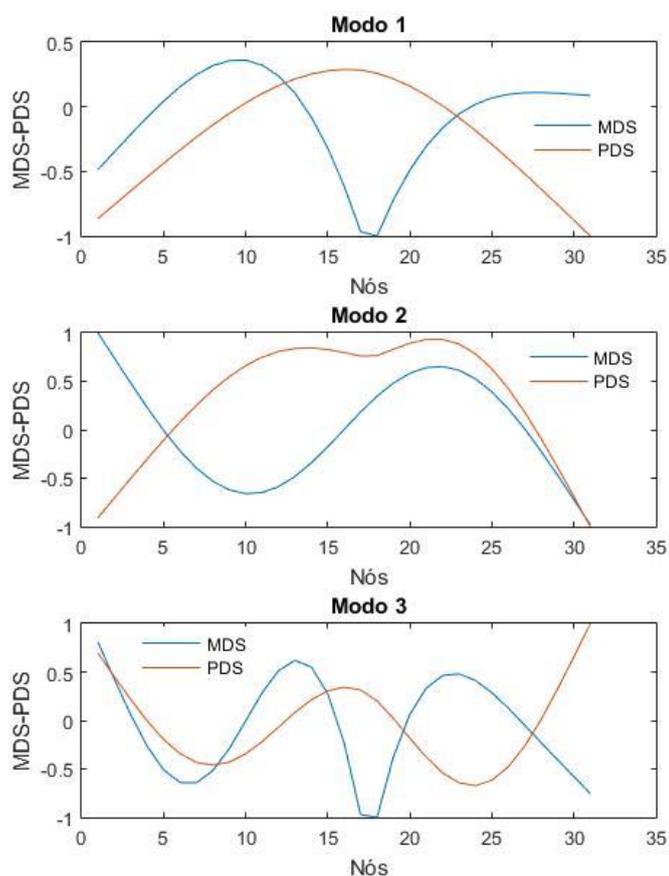
Figura 37. Índice APC para o terceiro modo de vibração da viga com dano de 49,11% no elemento 17



Fonte: Autoria própria (2018)

Foi possível observar que o método conseguiu localizar com precisão o elemento danificado para os três modos de vibração analisados. Apesar de não ser necessário o uso da técnica DSM para confirmar a localização do dano, os resultados obtidos para a mesma estão dispostos na Figura 38.

Figura 38. Comparação dos valores de MDS e PDS para os três modos de vibração da viga com dano de 49,11% no elemento 17.



Fonte: Autoria própria (2018)

O MDS foi obtido considerando o dano de 49,11% no elemento 17 da viga livre-livre, enquanto o PDS foi calculado considerando uma porcentagem de dano qualquer e baseado nos elementos com dano identificados pelo APC. Através da Figura 38, percebe-se que em nenhum dos modos de vibração considerados o MDS se aproxima do PDS, ou seja, em nenhum dos modos de vibração a técnica DSM apresentou resultados precisos, visto que os valores de MDS e PDS precisam coincidir para que o dano seja caracterizado como correto, o que não compromete o resultado da combinação das duas técnicas, já que *a priori* o dano havia sido localizado de forma eficiente através do índice APC.

## 6 ANÁLISE EXPERIMENTAL

### 6.1. VIGA LIVRE-LIVRE

Figura 39. Viga livre-livre.



Fonte: Autoria própria (2018)

Figura 40. Seção transversal da viga livre-livre



Fonte: Autoria própria (2018)

Foram realizados ensaios de vibração livre na viga livre-livre (figuras 39 e 40), onde foram fixados dois acelerômetros piezoelétricos da marca ENDEVCO modelo 752A13 na estrutura. À medida que a viga livre-livre era excitada com impactos de um pequeno martelo, um permaneceu fixo e o outro percorreu todos os

nós, correspondentes à discretização feita na análise numérica, também marcada no modelo físico. Por consequência, obtiveram-se os registros de aceleração. Os impactos foram feitos na direção dos acelerômetros na tentativa de obter as maiores acelerações possíveis. Os acelerômetros foram conectados a um receptor de sinais, com dois canais, que por sua vez era conectado a um computador onde foi utilizado um *software* de aquisição destes sinais de aceleração.

A frequência de amostragem foi igual a 2560Hz ( $\frac{1}{\Delta t}$ ), o intervalo de tempo igual a  $3,906 \times 10^{-4}$ s e conseqüentemente a frequência de corte igual a 1280Hz ( $\frac{1}{2\Delta t}$ ), com uma duração de 3,2s para cada aquisição. A massa do acelerômetro foi desprezada nas análises numéricas visto que apenas representava menos de 1% da massa da viga.

As características dos acelerômetros estão na Tabela 8 e a figura 41 ilustra a disposição deles.

Tabela 8. Informações dos acelerômetros utilizados no ensaio.

<b>Acelerômetro (Número de série)</b>	<b>Precisão (mV/g)</b>	<b>Canal</b>
16521	1053	1
16522	967	2

Fonte: Autoria própria (2018)

Os sinais de aceleração adquiridos foram pós-processados por Diniz (2018) através do Método da Detecção de Picos (Peak Picking Method – PPM) proposto por Felber (1993) com a finalidade de transformar os sinais de aceleração em frequência e conseqüentemente determinar os modos de vibração.

Figura 41. Acelerômetros



Fonte: Autoria própria (2018)

Posteriormente, foi causado um dano na viga (Figura 42), conforme descrito na análise numérica, com redução de 49,11% da inércia e 10,78% de redução na área da seção transversal do elemento 17 e foi realizado um novo ensaio com as mesmas configurações e mesmos procedimentos adotados.

Figura 42. Detalhe do dano inserido no elemento 17.



Fonte: Autoria própria (2018)

## 6.2. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Foram identificadas as frequências naturais da viga livre-livre estudada sem dano e com o dano de 49,11% no elemento 17. A Tabela 9 compara os resultados obtidos para o modelo numérico com os resultados obtidos para o modelo experimental no caso da viga intacta e com dano.

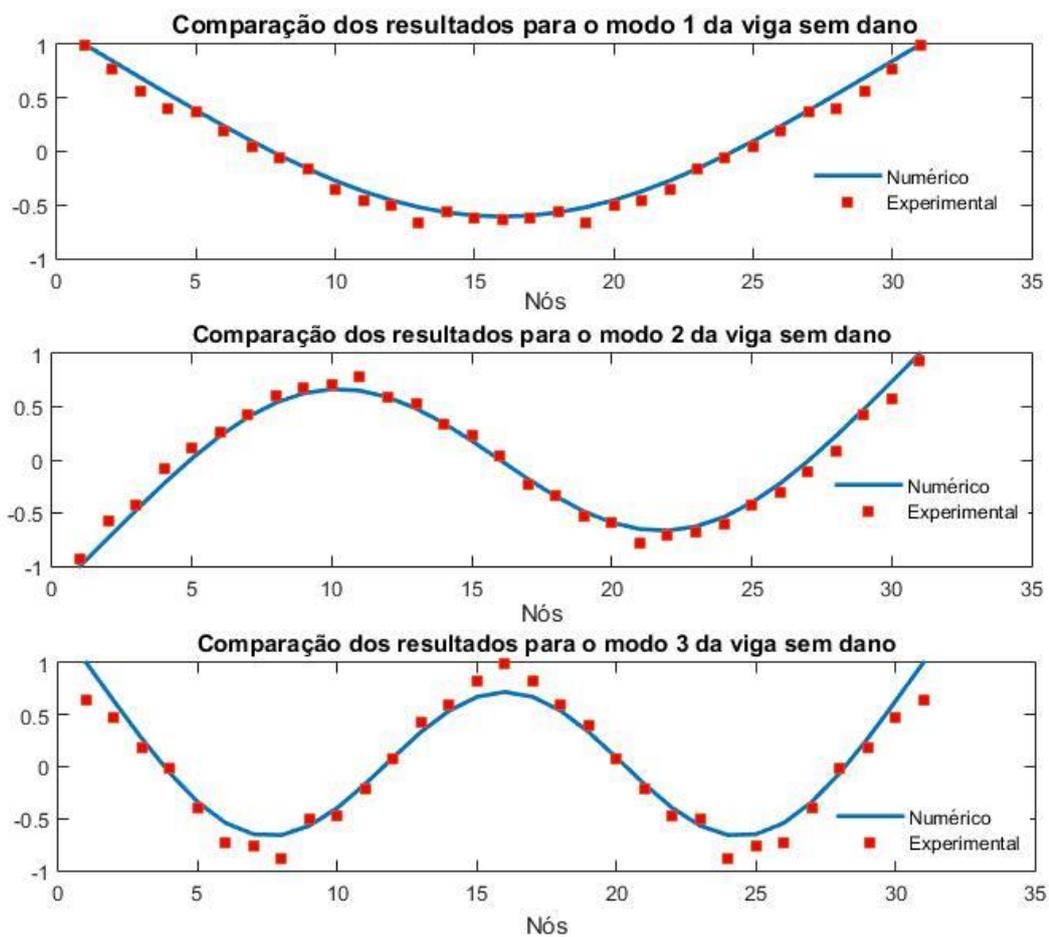
Tabela 9. Comparação das frequências naturais obtidas para o modelo numérico e experimental, intactos e com dano.

<b>Frequências Naturais (Hz)</b>				
<b>Modos de Vibração</b>	<b>Modelos numéricos</b>		<b>Experimental</b>	
	<b>Sem dano</b>	<b>Danificada</b>	<b>Sem dano</b>	<b>Danificada</b>
1 <sup>a</sup>	67,0207	64,7276	68,6900	64,9400
2 <sup>a</sup>	184,3088	183,5412	188,5600	184,8300
3 <sup>a</sup>	360,4865	354,0655	364,6000	357,2000
4 <sup>a</sup>	594,5264	588,5033	592,0000	575,7200
5 <sup>a</sup>	886,0636	876,9283	875,5000	853,0000

Fonte: Autoria própria (2018)

A Figura 43 compara os resultados obtidos na análise numérica com os resultados obtidos experimentalmente para os três primeiros modos de vibração, visto que o quarto e quinto modo não foram determinados de maneira satisfatória. Como comentado por Morais (2014), para que haja uma melhor caracterização dos modos de vibração, principalmente daqueles referentes a frequências mais altas, é necessário um maior número de acelerômetros dispostos pela estrutura para captação dos sinais.

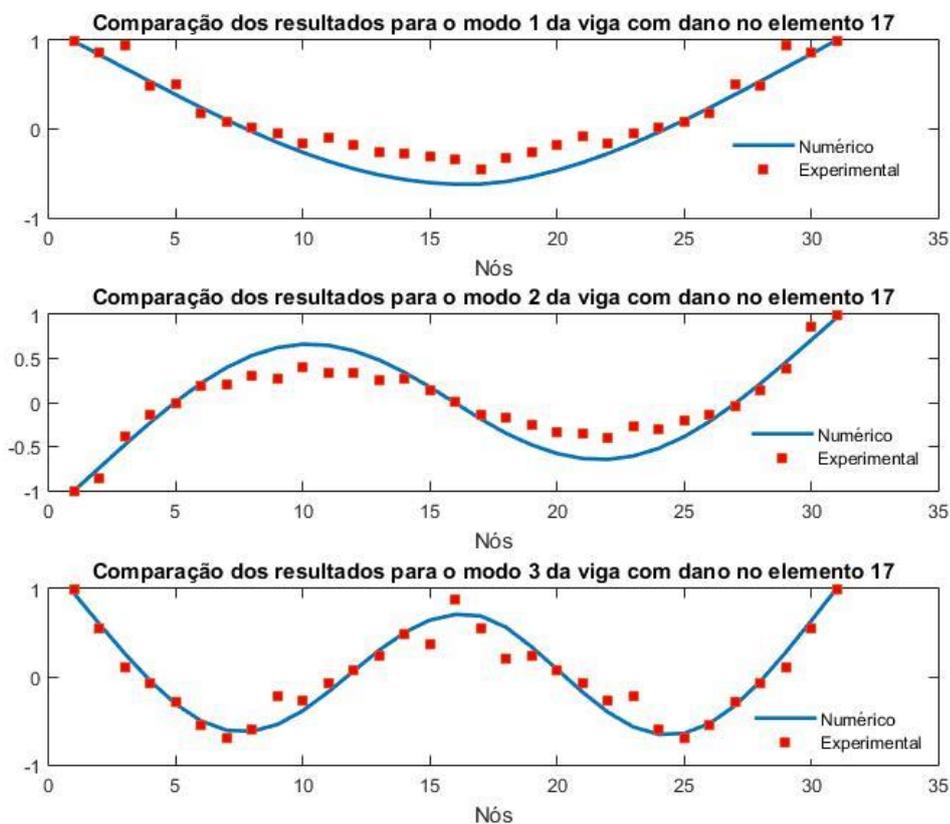
Figura 43. Comparação dos modos de vibração obtidos numérica e experimentalmente para a viga sem dano.



Fonte: Autoria própria (2018)

Na Figura 44 consta a mesma comparação feita anteriormente desta vez para a viga danificada no elemento 17.

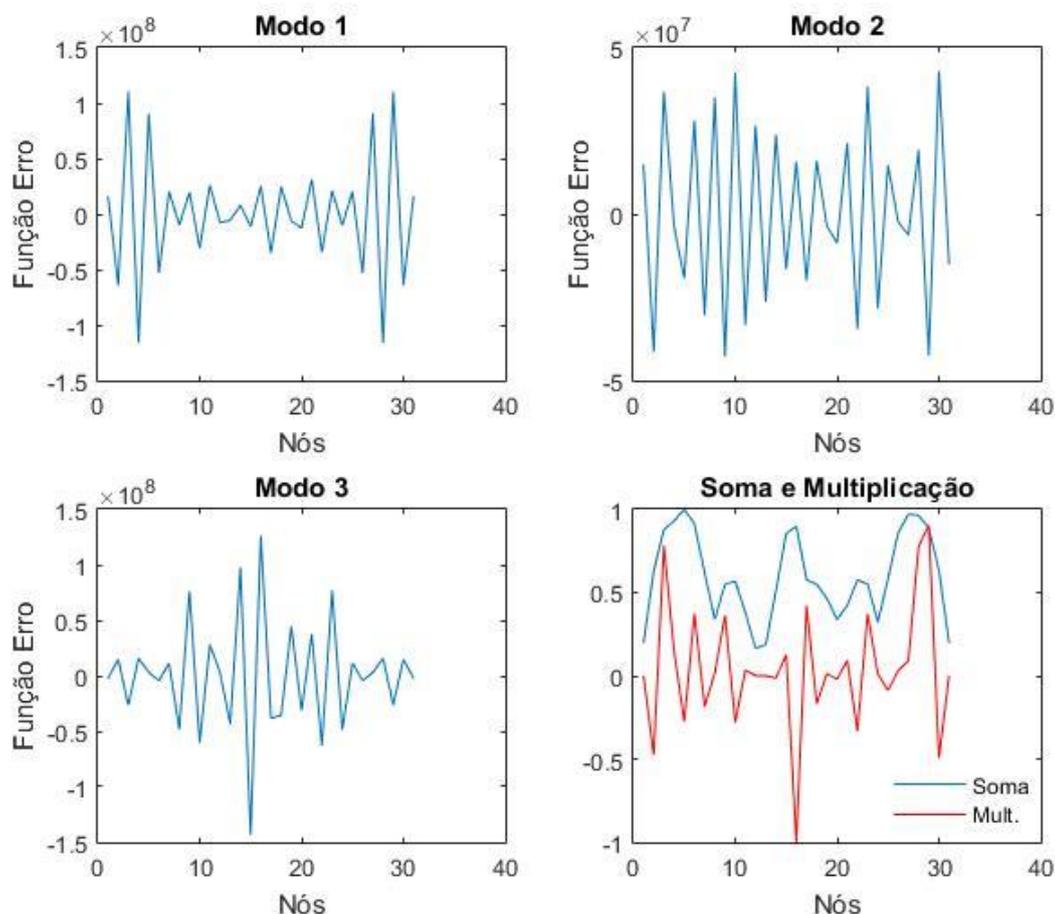
Figura 44 - Comparação dos modos de vibração obtidos numérica e experimentalmente para a viga com dano no elemento 17, delimitado pelos nós 17 e 18.



Fonte: Autoria própria (2018)

Percebe-se que o método da detecção de pico conseguiu identificar tanto as frequências quanto os modos de vibração de maneira satisfatória, apesar das perturbações ocorridas que provavelmente se devem a fatores inerentes a realização do ensaio. É perceptível também a alteração das formas modais obtidas experimentalmente se comparadas as situações sem e com dano. O método do erro na Equação de movimento foi aplicado aos parâmetros modais obtidos no experimento como mostrado na Figura 45.

Figura 45. Método do Erro na Equação de Movimento para os três primeiros modos de vibração da viga com dano no elemento 17, definido pelos nós 17 e 18.



Fonte: Autoria própria (2018)

O método aplicado em teoria funciona perfeitamente, já na análise dos dados experimentais, ou seja, quando aplicado aos modos identificados experimentalmente percebe-se que o dano não foi localizado satisfatoriamente. Para o modo 3 e através da metodologia da multiplicação da função erro (E), no entanto, é possível observar um maior pico no nó 17 indicando a região danificada. Outros picos de magnitude razoável aparecem ao longo de toda a estrutura, bastante discrepante dos resultados obtidos numericamente. Como comentado por Safara (2016), ocorrem ruídos devidos às falhas na precisão dos aparelhos de aquisição, bem como a presença de forças eletromagnéticas que comprometem a qualidade dos resultados experimentais dos métodos de localização de dano.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 7.1. ANÁLISE NUMÉRICA

Através da análise numérica foi possível verificar que as frequências de vibração sofreram pequenas variações nas estruturas danificadas em relação à estrutura intacta. Dentre todas as estruturas analisadas nesse trabalho a menor variação nos valores de frequência foi da ordem de 0,017% e a maior de 1,98%.

Já os modos de vibração sofreram pouca variação com a presença do dano, conclui-se então ser impossível a detecção visual do dano. Devido a isto faz-se necessária a utilização dos métodos de localização.

O método do erro na Equação de movimento se mostrou eficaz na localização dos danos para todos os casos estudados, tanto na viga, quanto no pórtico. Foi possível concluir também que as coordenadas verticais e axiais dos nós são afetadas de maneira diferente pelo dano, a depender da forma que o modo de vibração assume.

É importante ressaltar que, devido à condensação estática, os resultados foram menos precisos verificando a ocorrência do espalhamento de picos, o que não compromete de maneira alguma os resultados obtidos, visto que ainda assim o método conseguiu delimitar regiões bastante restritas para a localização do dano.

O método *Approximate Parameter Change* (APC) se mostrou bastante preciso, não restando dúvidas quanto à localização do dano, situado no elemento 17, dispensando o uso da técnica *Damage Signature Matching* (DSM). Ainda assim, a técnica foi utilizada, mas não gerou resultados satisfatórios, fato que não compromete a qualidade dos resultados obtidos pela combinação das técnicas.

### 7.2. ANÁLISE EXPERIMENTAL

Determinaram-se as frequências de maneira relativamente precisa para os três primeiros modos de vibração. Para a situação da viga intacta, a menor variação dos valores de frequência obtidos pela análise numérica comparados com os resultados obtidos via experimental foi de 0,42% e a maior variação foi de 2,49%. Já

para a situação da viga com dano no elemento 17, a menor variação nos valores das frequências foi de 0,32% e a maior de 2,72%.

Os modos de vibração correspondentes às maiores frequências (quarta e quinta) não foram determinados de maneira satisfatória, entretanto, para os três primeiros modos de vibração, percebe-se que, apesar de algumas variações, a forma de todos eles foram fiéis as formas obtidas numericamente, com valores das coordenadas modais próximos, permitindo enquadrar os resultados como satisfatórios.

Apesar do método do erro funcionar na teoria, não foi possível localizar o dano de maneira precisa a partir dos dados experimentais pela presença de ruído na captação dos sinais de aceleração, inerentes ao ensaio.

### 7.3. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para que fosse possível a utilização das técnicas APC e DSM para pórticos planos seria necessário o ajuste da rotina de cálculo, o que não foi possível durante o desenvolvimento do trabalho. De maneira semelhante, não foi possível aplicar os métodos APC e DSM aos dados experimentais da viga livre-livre, para isto, seria preciso inserir a condensação estática na rotina de cálculo do método para que fossem considerados apenas os graus de liberdade transversais. Desta maneira, as sugestões para trabalhos futuros são as seguintes:

- Ajuste dos métodos APC e DSM para avaliar danos em pórticos planos;
- Ajustar os métodos APC e DSM para que seja possível avaliar os dados experimentais da viga livre-livre;
- Realização do ensaio de vibração livre em um pórtico plano com a finalidade de comparar os resultados experimentais com os resultados numéricos aqui descritos, com a aplicação de um filtro nos resultados obtidos pelo *software* de aquisição de sinais de aceleração, visando diminuir o ruído e torna-los mais precisos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADAMS, R. D. E. A. A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structures. **Journal of Mechanical Engineering Science**, Bristol, v. 20, n. 2, p. 93-100, Abril 1978.

ARAÚJO, M. M. C. D. **Identificação de danos em pórticos espaciais via Método do Erro Residual e Redes Neurais Artificiais**. Universidade de Brasília. Brasília, p. 112. 2013.

BRASILIANO, A. **Caracterização de Danos em Estruturas Aporticadas**. Faculdade de Tecnologia - Universidade de Brasília. Brasília, p. 109. 2001.

BRASILIANO, A. Avaliação de dano em estruturas por intermédio das características dinâmicas. **Mecânica Computacional - MECOM**, 2002.

CHAN GHEE KHO, L. M. S. T. B. Damage Detection Of Buildings: Numerical and Experimental Studies. **Journal Of Structural Engineering**, 121, p. 1155-1160, 1995.

CLOUGH, R. W. E. P. J. **Dynamics of structures**. 2ª. ed. New York: McGraw-Hill, 1993.

COBB, R. G.; LIEBST, B. S. Structural Damage Identification Using Assigned Partial Eigenstructure. **AAIA Journal**, Ohio, v. 35, n. 1, p. 152-158, Janeiro 1997.

EWINS, N. L. E. D. **Spatial Correlation of Mode Shapes, the Coordinate Modal Assurance Criterion (COMAC)**. Proceedings of the 4th

FELBER, A. J. **Development of a Hybrid Bridge Evaluation System**. PhD Thesis - Department Of Civil Engineering, The University of British Columbia, Vancouver, Canada. Vancouver, p. 227. 1993.

FERRUFINO VEIZAGA, J. E. **Identificação de dano em estruturas pela variação das características modais**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. [S.l.], p. 77. 1993.

GENOVESE, M. **Localização e quantificação de danos em estruturas por meio de suas características dinâmicas**. Universidade de Brasília. Brasília, p. 120. 2000.

H. F. LAM, J. M. K. C. W. W. Localization of damaged structural connections based on experimental modal and sensitivity analysis. **Journal of Sound and Vibration (1998) 210(1)**, 1998. 91-115.

HEARN, G.; TESTA, R. B. Modal analysis for damage detection in structures. **Journal of structural engineering**, v. 117, n. 10, p. 3042-3063, Outubro 1991.

LEE, Y. . A. C. M. A study on crack detection using eigenfrequency test. **Computers And Structures, 77**, p. 327-342, 2000.

MARTHA, L. F. **Análise de Estruturas: Conceitos e Métodos Básicos**. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

MORAIS, J. D. P. Detecção e localização de dano em estruturas. **Tese de Mestrado, FCT-UNL**, 2014.

NAKIS, Y. Identification of crack location in vibrating simply supported. **Journal of Sound and Vibration, 172(4)**, p. 549-558, 1994.

NARKIS, Y. . A. E. E. Crack identification in a cantilever beam under uncertain conditions. **International Journal of Mechanical Sciences, 38(5)**, p. 499-507, 1996.

PARK, N.-G. P. A. Y.-S. Identification of Damage on a Substructure with Measured Frequency Response Functions. **Journal of Mechanical Science and Technology ( KSME Int. J.)**, **Vot. 19, No. 10**, 2005. 1891-1901.

PRZEMIENIECKI, J. S. **Theory of matrix structural analysis**. 1968. ed. New York: McGraw-Hill, 1968.

RATCLIFFE, C. P. Damage detection using a modified laplacian operator on mode shape data. **Journal of Sound and Vibration, 204**, p. 505-517, 1997.

RYTTER, A. **Vibrational based inspection of civil engineering structures**. Aalborg University. [S.l.], p. 193. 1993.

SAFARA, M. J. C. **Detecção de Dano em Estruturas Reticuladas Utilizando Análise de Vibrações**. Universidade Nova de Lisboa. Lisboa, p. 123. 2016.

SALAWU, O. S. Detection of structural damage through changes in frequency: a review. **Engineering Structures, Vol 19, No. 9.**, p. 718-723, 1997.

SANTOS, J. V. A. D. et al. Structural damage identification in laminated structures using FRF data. **Compos. Struct., vol. 67, no. 2**, 5 nov. 2004. 239-249.

SCOTT W. DOEBLING, C. R. F. M. B. P. D. W. S. **Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics: A Literature Review**. Los Alamos: Group CIC-1, 1996.

SILVA, M. D. **Identificação das Propriedades Dinâmicas em Estruturas Reticuladas por Meio de Análise Numérica e Experimental**. Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa, p. 62. 2018.

SINOUE, J.-J. . A. L. A. W. Influence of cracks in rotating shafts. **Journal Of Sound and Vibration, 285 (4-5)**, p. 1015-1037, 2005.

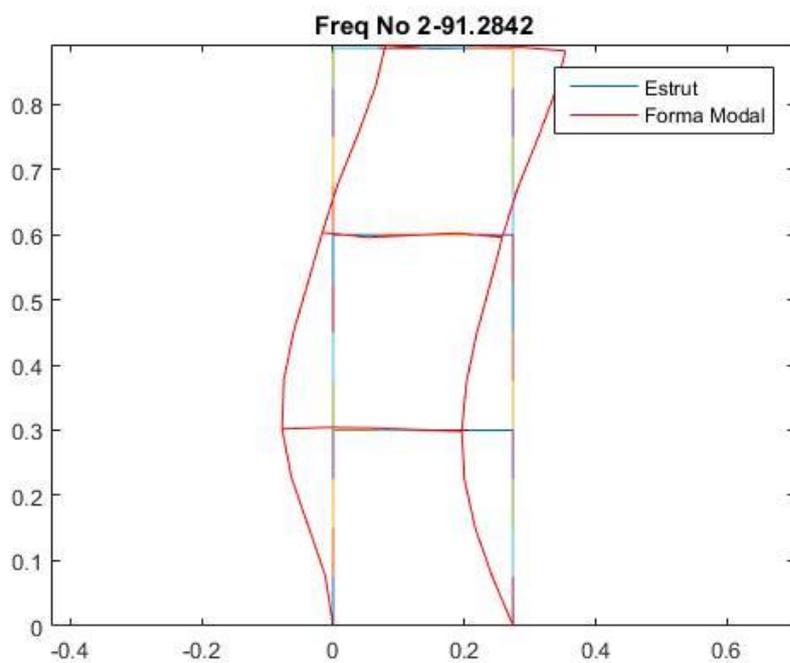
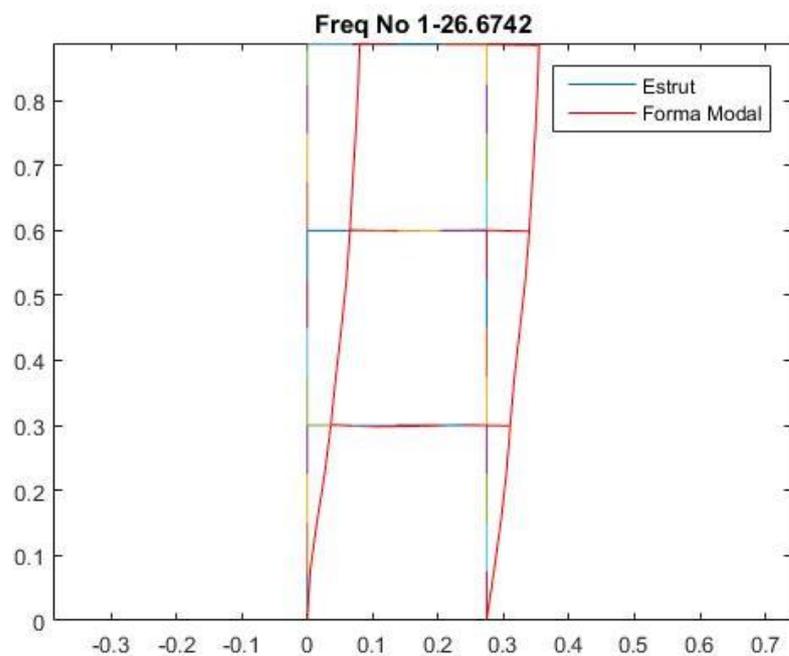
SINOUE, J.-J. A Review of Damage Detection and Health Monitoring of Mechanical Systems from Changes in the Measurement of Linear and Non-linear Vibrations. **Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systemes UMR-CNRS 551**, 2009. 643-702.

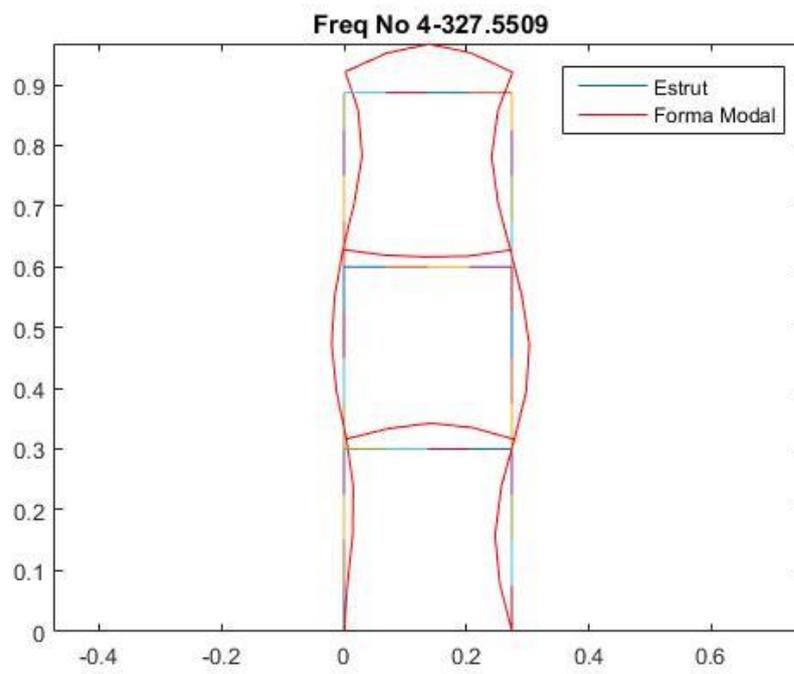
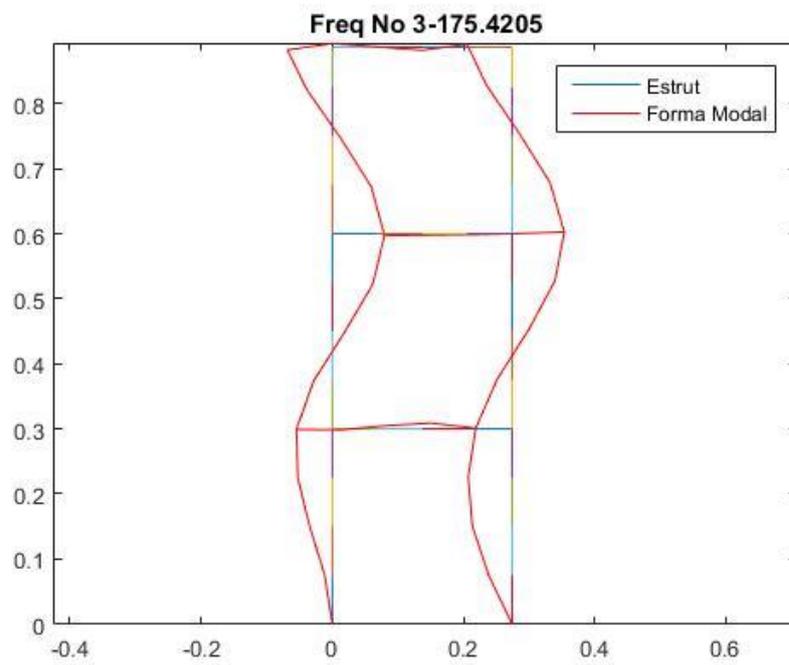
WEST, W. M. **Illustration of the use of modal assurance criterion to detect structural changes in an Orbiter test specimen**. International Modal Analysis Conference, 4th. Los Angeles: [s.n.]. 1986. p. 1–6.

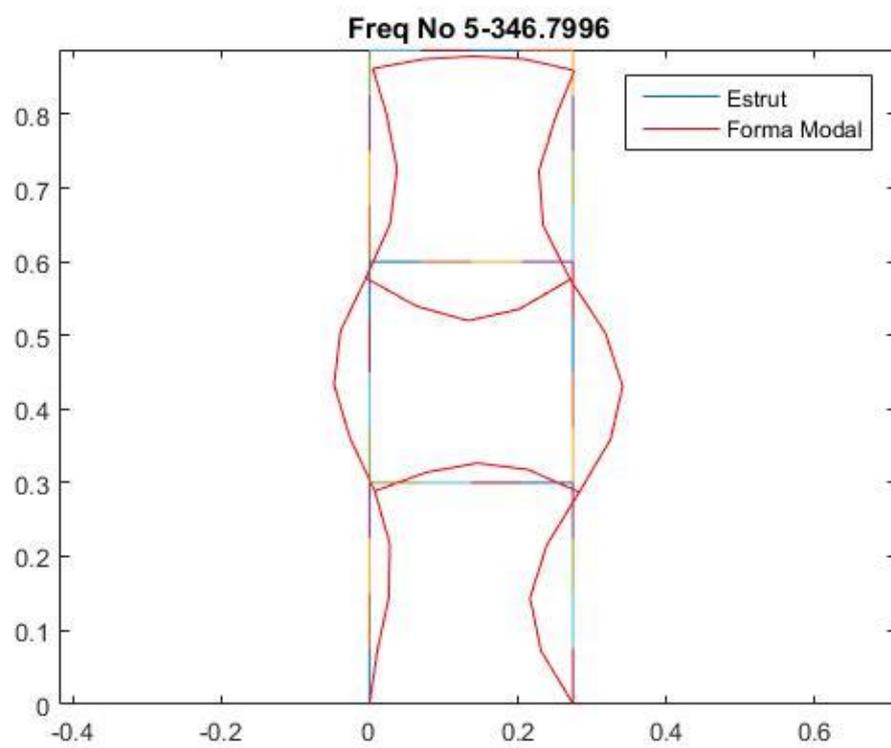
Z. WANG, R. M. L. M. K. L. Structural damage detection using measured FRF data. **School of Production and Mechanical Engineering**, 16 Janeiro Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 147. 1997.

Z. Y. SHI, S. S. L. E. L. M. Z. Structural Damage Location from Modal Strain Energy Change. **Journal of Sound and Vibration (1998) 218(5)**, Julho 1998. 825-844.

**APÊNDICE A** – Modos de vibração do pórtico plano para a configuração de condições de contorno de terceiro e segundo gênero (estrutura intacta).







**APÊNDICE B** - Modos de vibração do pórtico plano para a configuração de condições de contorno de terceiro e segundo gênero (estrutura com dano de 71,77% no elemento 30).

