



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**AVALIAÇÃO DE TÉCNICAS DE DETECÇÃO DE DANO EM LAJES  
DE CONCRETO ARMADO FISSURADAS**

**LUCAS FARIAS BARBOSA DE MELO**

**JOÃO PESSOA  
2017**

**LUCAS FARIAS BARBOSA DE MELO**

**AVALIAÇÃO DE TÉCNICAS DE DETECÇÃO DE DANO EM LAJES  
DE CONCRETO ARMADO FISSURADAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à  
Coordenação do Curso de Engenharia Civil da  
Universidade Federal da Paraíba, como um  
dos requisitos para a obtenção do título de  
Bacharel em Engenharia Civil

Orientador: Prof. Dr. Roberto Leal Pimentel

**JOÃO PESSOA**  
**2017**

M528a Melo, Lucas Farias Barbosa de

Avaliação de técnicas de detecção de dano em lajes de concreto armado fissuradas. / Lucas Farias Barbosa de Melo. – João Pessoa, 2017.

33 f. il.:

Orientador: Prof. Dr. Roberto Leal Pimentel

Monografia (Curso de Graduação em Engenharia Civil) Campus I - UFPB /  
Universidade Federal da Paraíba.

1. Concreto armado 2. Detecção de dano 3. Curvatura modal I. Título.

BS/CT/UFPB

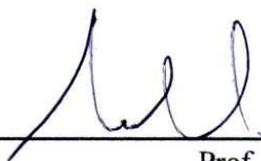
CDU: 2.ed. 624.92(043)

# FOLHA DE APROVAÇÃO

**LUCAS FARIAS BARBOSA DE MELO**

## **AVALIAÇÃO DE TÉCNICAS DE DETECÇÃO DE DANO EM LAJES DE CONCRETO ARMADO FISSURADAS**

Trabalho de Conclusão de Curso em 25/05/2017 perante a seguinte Comissão Julgadora:



Prof. Dr. Roberto Leal Pimentel

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

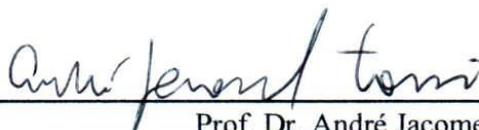
APROVADO



Prof. Dr. Givanildo Alves de Azeredo

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

APROVADO



Prof. Dr. André Jacomel Torii

Departamento de Informática do CI/UFPB

APROVADO



Prof. Dr. Ana Cláudia Fernandes Medeiros Braga

Matrícula Siape: 1668619

Coordenadora do Curso de Graduação em Engenharia Civi

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente agradeço a Deus, que por meio de Jesus, tem conduzido a minha vida em paz e alegria. Sem Ele eu certamente não conseguiria, Ele é a minha força e tem me mantido de pé em meio as dificuldades.

À minha amada mãe Neylana, que eu considero uma heroína da fé, uma mulher forte e corajosa que sempre lutou junto comigo e nunca mediu esforços para proporcionar o melhor para mim e para a família. Nunca conseguirei retribuí-la por tanto amor. Ao amor da minha vida, Tássia, que tem caminhado ao meu lado e dividindo os pesos comigo, ela é a minha motivação diária. A ela, todo meu amor e gratidão.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Roberto Leal Pimentel, pelo bom convívio ao longo dos anos de PIBIC e pelos inúmeros ensinamentos ao longo da graduação, e que, com uma didática extraordinária conseguiu me fazer entender temas complexos da dinâmica das estruturas.

Ao Prof. Dr. Givanildo Alves de Azeredo, que com seu bom humor e uma didática excepcional, me permitiu aprender assuntos que eu não estava acostumado em estudar, acrescentando muito na minha graduação.

Ao Prof. Dr. André Jacomel Torii pela sua contribuição a este trabalho.

Aos amigos de curso, que levarei para a vida e que deixaram o curso mais leve e prazeroso.

Aos demais professores e funcionários do curso de Engenharia Civil na UFPB, principalmente do LABEME, por todo auxílio prestado e contribuições ao longo da graduação.

## RESUMO

As fissuras são um dos tipos de patologias que podem acometer uma estrutura de concreto armado, sendo resultado da ação dos danos. Os danos provocam alterações nas propriedades físicas da estrutura, que estão relacionadas com as propriedades dinâmicas, portanto, alterações nas propriedades físicas também provocam alterações nas propriedades dinâmicas, como frequência natural, formas modais e amortecimento. As técnicas de detecção de danos mostram sucesso na identificação do dano, porém a dificuldade está justamente na localização desse dano. O objetivo desse trabalho é avaliar a aplicabilidade da técnica de detecção de dano, conhecida como “*curvature mode shape*”, em uma laje de concreto armado. A técnica apresentada pode ser resumida da seguinte forma: para uma estrutura sadia, o gráfico da curvatura possui uma forma suave, e, portanto, um pico ou descontinuidade no gráfico indica uma variação anormal de flexibilidade/rigidez na posição onde está a descontinuidade, então o dano pode ser localizado utilizando esta informação. Foram utilizados um modelo experimental e um numérico. Diminuindo a rigidez de cada elemento, buscou-se reproduzir o padrão de fissuração do modelo experimental, no modelo numérico. Para avaliar a correlação entre os modos de vibração dos dois modelos, utilizou-se o Modal Assurance Criterion. Foram feitas duas aplicações da técnica, uma utilizando uma expressão de diferenças finitas e outra encontrando-se de fato uma função que representaria o formato do modo, e derivando-a duas vezes para encontrar a curvatura modal em função da posição do nó. A aplicação da técnica utilizando diferenças finitas não conseguiu localizar o dano, já utilizando a função modal de fato, conseguiu-se localizar apenas o dano causado pela aplicação de 8 kN. As técnicas de detecção e localização de danos mostram-se promissoras e é dada a sugestão para a realização de outras pesquisas que utilizem o padrão distribuído de fissuras e não o localizado em um só elemento, que já está consolidado na literatura.

**Palavras-chave:** Concreto armado, Detecção de dano, Curvatura modal.

## ABSTRACT

Cracks are one of the types of pathologies that can affect an reinforced concrete structure, being the result of damage. The damage causes changes in the physical properties of the structure, which are related to the dynamic properties, so changes in physical properties also cause changes in the dynamic properties, such as natural frequency, modal forms and damping. The damage detection techniques show success in identifying the damage, but the difficulty lies precisely in the location of that damage. The objective of this work is to evaluate the applicability of the damage detection technique, known as “curvature mode shape”, in a reinforced concrete slab. The technique presented can be summarized as follows: for a healthy structure, the graph of the curvature has a smooth shape, and therefore a peak or discontinuity in the graph indicates an abnormal variation of flexibility / stiffness in the position where the discontinuity is, Then the damage can be located using this information. An experimental and a numerical model were used. By decreasing the stiffness of each element, we attempted to reproduce the cracking pattern of the experimental model, in the numerical model. To evaluate the correlation between the modes of vibration of the two models, the Modal Assurance Criterion was used. Two applications of the technique were made, one using a finite difference expression and another being in fact a function that would represent the format of the mode, and deriving it twice to find the modal curvature as a function of the position of the node. The application of the technique using finite differences could not locate the damage, already using the modal function in fact, it was possible to locate only the damage caused by the application of 8 kN. The techniques of detection and location of damages are promising and the suggestion is made for other researches that use the distributed pattern of cracks and not located in a single element, as already consolidated in the literature.

**Key words:** Reinforced concrete, Damage detection, Modal curvature.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Aplicação de martelada .....	18
Figura 2 - Malha experimental .....	18
Figura 3 - Detalhe dos apoios da laje sendo (a) apoio frontal e (b) apoio do fundo .....	19
Figura 4 - Modelo Numérico .....	19
Figura 5 - Fissuras (em preto) surgidas após a aplicação da carga de 8 kN. Foto da laje vista de baixo. ....	21
Figura 6 - Fissuras (em vermelho) surgidas após a aplicação da carga de 16 kN. Foto da laje vista de baixo. ....	21
Figura 7 - Fissuras (em vermelho) surgidas após a aplicação da carga de 16 kN. Foto da laje vista de baixo. ....	22
Figura 8 - Mapas de fissuração para o estágio de 8,16 e 22 kN .....	22

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Módulos de elasticidade – Laje sã .....	23
Tabela 2 - Módulos de elasticidade – 8 kN .....	24
Tabela 3 - Módulos de elasticidade – 16 kN .....	24
Tabela 4 - Módulos de elasticidade – 22 kN .....	24
Tabela 5 - Correspondência entre os nós.....	25
Tabela 6 - Valores de MAC para o 1º modo de vibração .....	26
Tabela 7 - Posição dos nós .....	26

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Diferença de curvatura x Nó .....	27
Gráfico 2 - Ordenada x Posição do nó – Laje sã .....	28
Gráfico 3 - Ordenada x Posição do nó – 8 kN .....	28
Gráfico 4 - Ordenada x Posição do nó – 16 kN .....	29
Gráfico 5 - Ordenada x Posição do nó – 22 kN .....	29
Gráfico 6 - Diferença de curvatura x Posição do nó .....	30

## SUMÁRIO

<b>1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....</b>	<b>12</b>
1.1 Introdução .....	12
1.1 Estrutura do trabalho.....	13
<b>2. OBJETIVO .....</b>	<b>14</b>
2.1 Objetivo geral .....	14
2.1 Objetivos específicos .....	14
<b>3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>15</b>
3.1 Detecção de danos .....	15
3.2 Comparação entre propriedades modais .....	16
<b>4. METODOLOGIA.....</b>	<b>17</b>
4.1 Modelo experimental .....	17
4.2 Modelo numérico .....	19
4.3 Ajuste das frequências do modelo numérico .....	20
<b>5. RESULTADOS .....</b>	<b>26</b>
<b>6. CONCLUSÃO.....</b>	<b>31</b>
<b>7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>32</b>

## 1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

### 1.1 INTRODUÇÃO

Dentro das patologias que podem acometer as estruturas de concreto armado, estão as fissuras. A consequência do aparecimento delas pode vir de variadas causas, como por exemplo um projeto estrutural mal elaborado ou falhas na execução. Segundo Thomaz (1998), as fissuras são patologias particularmente importantes devido a três aspectos fundamentais, que são o abalo psicológico causado, o alerta para um possível estado de perigo e comprometimento no desempenho da obra.

Uma questão que também se levanta com o surgimento das fissuras é o grau de dano decorrente destas, que podem inclusive nem ser visíveis ou acessíveis. Usualmente, o estudo da causa é feito por inspeção visual, seguido da recuperação do elemento danificado. Porém, isto nem sempre é eficiente, pois depende, a princípio, da experiência do observador para identificar sua origem, e em segundo plano, da capacidade limitada para avaliação da extensão do dano. Assim, um conhecimento mais aprofundado em relação ao grau de dano teria vantagem em não apenas fornecer um diagnóstico mais preciso, como também uma recuperação menos onerosa.

O monitoramento da saúde estrutural e a detecção de danos em estruturas de engenharia civil, tornaram-se importante e promissores meios para manutenção da integridade e segurança das estruturas. De acordo com Rucevskis e Wesolowski (2010) as técnicas de detecção de danos baseados em vibrações tem atraído mais atenção nas últimas décadas, devido a sua relativa simplicidade.

Os parâmetros modais de uma estrutura como frequência natural, amortecimento e modos de vibração estão relacionados com as suas propriedades físicas, como a rigidez e a massa. Portanto, alterações provocadas por danos, causam alterações nas propriedades dinâmicas da estrutura. A variação que as propriedades modais da estrutura sofre, pode ser usada tanto na verificação da integridade, como também do grau de danificação ao qual a estrutura está sujeita. Uma das formas de se obter essas propriedades é através da realização dos testes modais.

Os danos em estruturas de concreto armado podem ser causados por sobrecarga, fadiga, corrosão do aço, bem como erros de projeto. Chaudhari *et al.* (2014) enfatizam que é muito importante que a estrutura funcione sem defeitos pois a existência de um defeito afeta a vida útil para cargas de serviço da estrutura de forma prejudicial.

Um dos resultados das ações dos danos é, justamente, o aparecimento de fissuras. De acordo com Ratcliffe (1997) danos causados por fissuras causam diminuição na rigidez, com inerente diminuição das frequências naturais, aumento nos valores de amortecimento e mudança nas formas modais. Segundo Friswell e Penny (2002) a modelagem de fissuras para verificação da saúde estrutural pode ser realizada de três formas: redução na rigidez local dos elementos, modelos de molas e modelos complexos em duas ou três dimensões. Nesse trabalho modelou-se as fissuras reduzindo localmente a rigidez dos elementos onde as fissuras estavam presentes.

A técnica de detecção utilizada, proposta por Pandey *et al.* (1991), conhecido como “*curvature mode shape*” pode ser resumida da seguinte forma: para uma estrutura sadia, o gráfico da curvatura possui uma forma suave, e portanto, um pico ou descontinuidade no gráfico indica uma variação anormal de flexibilidade/rigidez na posição onde está a descontinuidade, então o dano pode ser localizado utilizando esta informação. A escolha pelo uso de lajes de concreto para verificação da aplicabilidade da técnica de detecção de dano, decorre do fato de que tais estruturas são bastante utilizadas em projetos pela necessidade de um elemento superficial que receba preliminarmente as cargas de ocupação.

## **1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO**

Este trabalho inicia, no capítulo 2, abordando seu objetivo geral e seus objetivos específicos. No capítulo 3 é apresentado uma revisão da literatura acerca de técnicas de detecção de danos, dando ênfase na utilização de curvaturas modais. No capítulo 4 é feita a apresentação da metodologia aplicada na modelagem numérica e na aplicação do método de detecção de dano. No capítulo 5 são apresentados os resultados, bem como discussões acerca destes. A conclusão do trabalho é feita no capítulo 6, onde se procura dissertar sobre o que se foi proposto e o que de fato se obteve. O trabalho é finalizado com a apresentação das referências bibliográficas.

## **2. OBJETIVO**

### **2.1 OBJETIVO GERAL**

O objetivo geral deste trabalho de conclusão de curso é avaliar a aplicabilidade da técnica de detecção de dano, conhecida como “*curvature mode shape*”, em uma laje de concreto armado.

### **2.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS**

Realização de modelagem numérica no software ANSYS, para obtenção de propriedades dinâmicas.

Estabelecer correspondência entre os modos de vibração na laje experimental e os modos no modelo numérico, através do Modal Assurance Criterion (MAC).

Avaliar se a técnica de detecção usada, se aplica a uma estrutura onde o padrão de fissuração é de forma distribuída, e não localizada em apenas um elemento.

### 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 3.1 DETECÇÃO DE DANOS

Segundo Sohn *et al.* (2003), o dano pode ser definido como uma mudança introduzida em um sistema que afeta negativamente seu desempenho atual ou futuro. De acordo com o autor, o dano perde o significado quando não há uma comparação entre dois estados diferentes do sistema, um dos quais é assumido inicial ou não danificado.

De acordo com Rytter (1993) há quatro níveis da detecção do dano:

- Nível 1: Detecção do dano;
- Nível 2: Localização do dano;
- Nível 3: Quantificação do grau de dano;
- Nível 4: Estimativa da vida útil restante.

A escolha de uma técnica que possa se enquadrar em um dos níveis acima depende da quantidade e da qualidade dos dados que se tem disponível. Adams *et al.* (1975), demonstrou que um determinado nível de dano pode ser detectado pela diminuição da frequência e aumento no amortecimento. Curadelli *et al.* (2008) analisaram vigas de concreto armado e mostraram que a utilização de coeficientes de amortecimento para detecção de danos são potencialmente úteis, mostrando-se mais sensíveis que a variação na frequência natural. Dworakowski *et al.* (2015) utilizaram a análise modal para localização de danos em placas. Através da alteração nos modos de vibração localmente, foi possível localizar os danos, fornecer suas magnitudes, bem como suas direções.

De acordo com Salawu (1997), as alterações nos parâmetros modais podem não ser as mesmas para cada modo, uma vez que essas alterações dependem da natureza, localização, gravidade do dano, etc. Chen *et al.* (2005) avaliou danos potenciais em estruturas espaciais de aço submetidas a corrosão atmosférica e mostrou que eles não afetavam significativamente as frequências naturais.

Segundo Pandey e Biswas (1994) é relativamente fácil a detecção de danos usando mudança na frequência natural, porém a dificuldade está na localização desse dano. Isso se deve ao fato de que fissuras em diferentes locais podem causar a mesma frequência. Pandey *et al.* (1991) foram os primeiros a introduzir uma nova técnica para detecção de danos chamada “*curvature mode shape*”, onde a diferença, em módulo, entre a curvatura do modo de vibração da estrutura não-danificada e da danificada é utilizada para a localização do dano e os picos de valores de diferença indicam a localização e o tamanho desse dano. No seu artigo, Pandey *et al.* (1991) mostram que as curvaturas modais são altamente sensíveis aos

danos e podem ser utilizadas para localiza-lo. Lestari et al. (2007) utilizaram a curvatura modal para a detecção de danos em vigas de carbono/epóxi, devido a sensibilidade na detecção e localização do dano que esse método possui.

De acordo com Pandey *et al.* (1991), a curvatura pode ser obtida numericamente através da equação 1, que consiste em uma aproximação por diferenças finitas:

$$v'' = \frac{v_{i+1} - 2v_i + v_{i-1}}{h^2} \quad (1)$$

Onde  $v''$  é a curvatura modal,  $v_i$  é a ordenada do modo no nó  $i$  e  $h$  é a distância entre os nós.

### 3.2 COMPARAÇÃO ENTRE PROPRIEDADES MODAIS

Uma das formas de se comparar propriedades modais, como os modos de vibração é através do Modal Assurance Criterion (MAC). Segundo Pastor *et al.* (2012) o MAC é um indicador estatístico que possui valores entre 0 (representando nenhuma correspondência consistente) e 1 (representando uma correspondência consistente). De acordo com o autor, o MAC é um indicador apenas de consistência.

O MAC é dado pelo produto escalar normalizado de dois vetores  $\{\varphi_x\}$  e  $\{\varphi_A\}$ , como mostra a equação 2 (Pastor *et al.* (2012)):

$$MAC_{(A,X)} = \frac{|\sum_{j=1}^n \{\varphi_A\}\{\varphi_X\}|^2}{(\{\varphi_A\}\{\varphi_A\})(\{\varphi_X\}\{\varphi_X\})} \quad (2)$$

Onde:

$\{\varphi_A\}$  = Vetor modal de teste;

$\{\varphi_X\}$  = Vetor modal numérico compatível.

## **4. METODOLOGIA**

### **4.1 MODELO EXPERIMENTAL**

A laje era do tipo maciça, com dimensões de 3,00 x 1,35 x 0,08m. Utilizou-se apenas armadura positiva, com aço CA-60 de 5,00 mm de diâmetro, e arame recozido para amarração. Foram utilizadas 15 barras com 3,0 m de comprimento e espaçamento de 9,0 cm entre elas para a armadura principal e 14 barras com 1,35 m de comprimento e espaçamento de 22,0 cm entre elas para a armadura secundária. Todas as barras tiveram 4,0 cm a mais, dobrados em 90° em suas extremidades, como comprimento de ancoragem. Os 300 cm de comprimento foram divididos em seis partes de 50 cm cada e os 135 cm de largura foram divididos em quatro partes de 33,75cm. Assim, cada laje foi dividida em vinte retângulos de 50 cm por 33,75 cm. As arestas destes retângulos foram destacadas. Além disso, a linha central ao longo do comprimento foi novamente dividida em dez partes iguais de 25 cm e cada ponto foi destacado. Para obtenção dos parâmetros modais da estrutura usou-se um martelo de impacto instrumentado, este produzia uma excitação transiente manualmente imposta. O referido instrumento consiste de um martelo dotado de uma cabeça fixa e diferentes cabeças de bater, sendo ainda composto de uma célula piezoelétrica em seu interior. Uma característica dos materiais piezoelétricos é que, ao sofrerem impacto, geram corrente elétrica. Assim, ao excitar a estrutura, um sinal elétrico é gerado, sendo transmitido ao analisador de espectros. No caso, o sistema de aquisição permitiu que fosse medida a resposta de vibração da estrutura (através de um acelerômetro) e a força de impacto na entrada (medido através da compressão do sensor pela massa da cabeça do martelo e da velocidade que este atinge a estrutura). Obteve-se assim a função resposta em frequência (FRF), que identifica os modos de vibração. As figuras 1 e 2 mostram o modelo experimental no momento de aplicação de excitação (martelada) e a malha, respectivamente. Na figura 3 estão detalhados os apoios da frente (a) e fundo (b), respectivamente.



Figura 1 – Aplicação de martelada



Figura 2 – Malha experimental

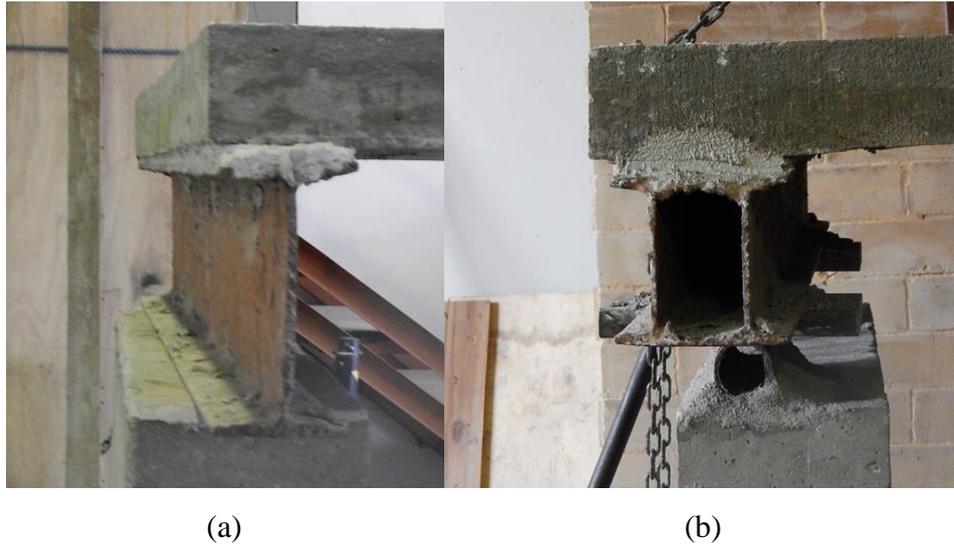


Figura 3 – Detalhe dos apoios da laje sendo (a) apoio frontal e (b) apoio do fundo

#### 4.2 MODELO NUMÉRICO

A modelagem numérica foi feita no software ANSYS. Para modelar a laje foram utilizados elementos de casca, identificados por SHELL. Esses elementos possuem quatro nós e seis graus de liberdade sendo três translações em relação aos eixos x, y e z e 3 rotações em torno dos eixos x, y e z. Os 300 cm de comprimento foram divididos em 12 partes de 25 cm cada e os 135 cm de largura foram divididos em 4 partes de 33,75cm. Assim a laje foi dividida em 48 elementos de 33,75 cm por 25 cm. A laje foi considerada bi apoiada. A figura 4 mostra o modelo numérico.

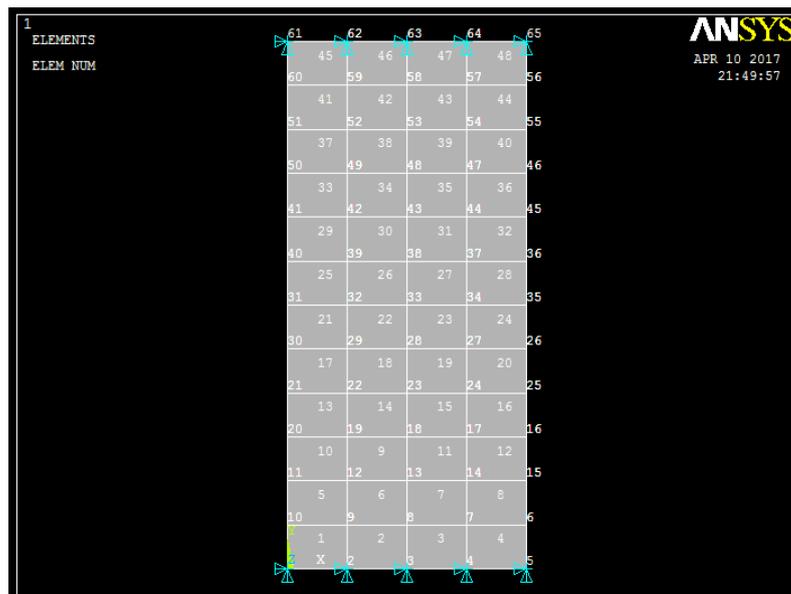


Figura 4 – Modelo Numérico

Para o material da laje foram inicialmente consideradas as seguintes propriedades físicas:

- Módulo de elasticidade do concreto:  $E = 23,8$  GPa, valor obtido aplicando a expressão do módulo secante:

$$E_{c,s} = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{f_{ck}}$$

O  $f_{ck}$  do concreto utilizado foi de 25 MPa.

- Coeficiente de Poisson:  $\nu = 0,2$
- Densidade:  $\rho = 2500$  kg/m<sup>3</sup>, valor de referência para o concreto armado.

### 4.3 AJUSTES DAS FREQUÊNCIAS NO MODELO NÚMÉRICO

Para o 1º modo de vibração a laje apresentou os seguintes valores de frequência natural:

- Laje sã: 16,5424 Hz
- Após aplicação de 8 kN: 15,9165 Hz
- Após aplicação de 16 kN: 11,6571 Hz
- Após aplicação de 22 kN: 8,9096 Hz

Primeiramente foi feito o ajuste de frequência para a laje no estado sã. Inicialmente a laje tinha sido modelada com um módulo elástico de 23,8 GPa, tendo o modelo uma frequência natural de 12,58 Hz. Para fazer o ajuste foi necessário aumentar o módulo elástico do concreto, para um valor em que se obtivesse a mesma frequência do modelo experimental, sendo assim o módulo elástico foi aumentado para 41,1 GPa.. Devido ao estado de tensão produzido pela martelada ser baixo, utilizou-se o módulo elástico dinâmico do concreto e não o módulo secante estático. Segundo Neville (1981), como a tensão é muito baixa, não há surgimento de fissuras ou deformações. A consequência disso é que o módulo dinâmico está relacionado quase totalmente ao comportamento elástico do concreto. Dessa forma é considerado aproximadamente igual ao módulo tangente inicial. É, portanto, consideravelmente maior que o módulo secante estático. De acordo com Mehta e Monteiro (2005) o módulo dinâmico ( $E_{c,d}$ ) é geralmente 20, 30 e 40 % maior do que o módulo estático para concretos de alta, média e baixa resistências, respectivamente. Portanto, o aumento mostra-se coerente. Feito isso, partiu-se para os ajustes de frequência para os estágios de carga de 8, 16 e 22 kN.

Durante os ensaios com as lajes experimentais, a fim de acompanhar o surgimento e o desenvolvimento das fissuras para os diferentes níveis de carregamento, uma malha retangular

igual à feita na superfície superior da laje foi feita na face inferior, mantendo-se o mesmo esquema de numeração. Assim, à medida que novos estágios de carga fossem sendo aplicados e as fissuras surgissem, marcava-se com pinceis permanentes o posicionamento delas, como mostrado nas figuras 5,6 e 7, podendo-se criar mapas de fissuração em CAD (fig.8). As fissuras estão na cor preto, vermelho e verde, que correspondem a carga de 8, 16 e 22 kN, respectivamente, e os elementos estão identificados de 1 a 48.



Figura 5 – Fissuras (em preto) surgidas após a aplicação da carga de 8 kN. Foto da laje vista de baixo.



Figura 6 - Fissuras (em vermelho) surgidas após a aplicação da carga de 16 kN. Foto da laje vista de baixo.



Figura 7 - Fissuras (em verde) surgidas após a aplicação da carga de 22kN. Foto da laje vista de baixo.

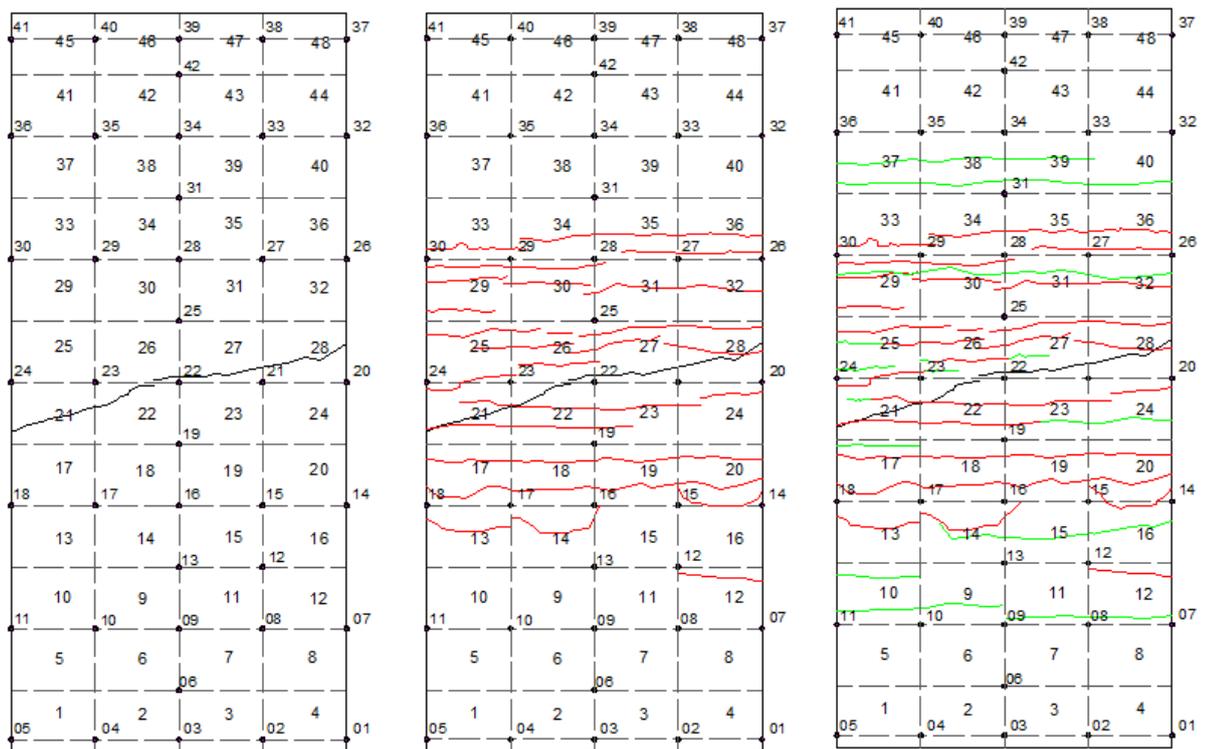


Figura 8 – Mapas de fissuração para o estágio de 8,16 e 22 kN.

Com os mapas de fissuração foi possível visualizar os elementos que estavam mais fissurados, portanto, haviam perdido mais rigidez.

A rigidez à flexão ( $K$ ) de uma estrutura é dada por:

$$K = E \cdot I$$

Onde:

E: Módulo de elasticidade do concreto;

I: Momento de inércia da seção transversal da laje.

Neste trabalho considerou-se que a inércia dos elementos não foi alterada devido ao dano, portanto, diminuindo o módulo elástico de cada elemento por onde as fissuras passam, representa-se a perda de rigidez devido à fissuração já que rigidez e módulo elástico são diretamente proporcionais. Considerou-se que a fissura gerada pela carga de 8 kN tinha abertura uniforme, com isso os 4 elementos por onde ela passa tiveram seus módulos de elasticidade diminuídos igualmente em um processo de tentativas, até a frequência chegar ao mesmo valor da laje experimental.

No estágio de 16 kN, a diminuição do módulo de elasticidade seguiu os seguintes critérios:

- A fissura do estágio anterior havia aberto mais, portanto os elementos por onde ela passa tinham perdido ainda mais rigidez;
- As fissuras que podiam ser vistas nas laterais das lajes, eram consideradas mais intensas que aquelas que não podiam ser vistas;
- Elementos que possuíam mais de uma fissura passando por ele, tinham seu módulo de elasticidade diminuído mais que aqueles com menos fissuras.

O estágio de 22 kN seguiu os mesmos critérios. Feito esse processo de ajuste nos módulos de elasticidade de cada elemento da laje em um processo de tentativas, e realizando uma análise modal, chegou-se aos mesmos valores de frequência natural medidos experimentalmente. Os módulos elásticos usados em cada elemento estão mostrados nas tabelas 1,2,3 e 4.

Tabela 1 – Módulos elásticos – Laje sã

Elem.	E(GPa)										
1	41,1	9	41,1	17	41,1	25	41,1	33	41,1	41	41,1
2	41,1	10	41,1	18	41,1	26	41,1	34	41,1	42	41,1
3	41,1	11	41,1	19	41,1	27	41,1	35	41,1	43	41,1
4	41,1	12	41,1	20	41,1	28	41,1	36	41,1	44	41,1
5	41,1	13	41,1	21	41,1	29	41,1	37	41,1	45	41,1
6	41,1	14	41,1	22	41,1	30	41,1	38	41,1	46	41,1
7	41,1	15	41,1	23	41,1	31	41,1	39	41,1	47	41,1
8	41,1	16	41,1	24	41,1	32	41,1	40	41,1	48	41,1

Tabela 2 – Módulos elásticos – 8 kN

Elem.	E(GPa)										
1	41,1	9	41,1	17	41,1	25	41,1	33	41,1	41	41,1
2	41,1	10	41,1	18	41,1	26	41,1	34	41,1	42	41,1
3	41,1	11	41,1	19	41,1	27	27,278	35	41,1	43	41,1
4	41,1	12	41,1	20	41,1	28	27,278	36	41,1	44	41,1
5	41,1	13	41,1	21	27,278	29	41,1	37	41,1	45	41,1
6	41,1	14	41,1	22	27,278	30	41,1	38	41,1	46	41,1
7	41,1	15	41,1	23	41,1	31	41,1	39	41,1	47	41,1
8	41,1	16	41,1	24	41,1	32	41,1	40	41,1	48	41,1

Tabela 3 – Módulos elásticos – 16 kN

Elem.	E(GPa)										
1	41,1	9	41,1	17	18,0	25	15,165	33	21,0	41	41,1
2	41,1	10	41,1	18	18,0	26	15,165	34	21,0	42	41,1
3	41,1	11	41,1	19	18,0	27	15,165	35	18,0	43	41,1
4	41,1	12	21,0	20	18,0	28	15,165	36	18,0	44	41,1
5	41,1	13	25,0	21	15,165	29	16,0	37	41,1	45	41,1
6	41,1	14	25,0	22	15,165	30	18,0	38	41,1	46	41,1
7	41,1	15	41,1	23	18,0	31	21,0	39	41,1	47	41,1
8	41,1	16	41,1	24	21,0	32	21,0	40	41,1	48	41,1

Tabela 4 – Módulos elásticos – 22 kN

Elem.	E(GPa)										
1	41,1	9	18,0	17	12,0	25	7,855	33	15,0	41	41,1
2	41,1	10	16,0	18	13,0	26	7,855	34	15,0	42	41,1
3	41,1	11	18,0	19	13,0	27	7,855	35	13,0	43	41,1
4	41,1	12	16,0	20	12,0	28	7,855	36	13,0	44	41,1
5	41,1	13	20,0	21	7,855	29	10,0	37	16,0	45	41,1
6	41,1	14	16,0	22	7,855	30	10,0	38	16,0	46	41,1
7	41,1	15	18,0	23	12,0	31	12,0	39	16,0	47	41,1
8	41,1	16	18,0	24	12,0	32	12,0	40	18,0	48	41,1

Com as frequências ajustadas, extraia-se do ANSYS as ordenadas modais de cada nó, para o cálculo do MAC. Como a malha numérica é mais refinada que a experimental, teve-se que fazer a correspondência entre os nós das malhas. A tabela 5 mostra os nós correspondentes.

Tabela 5 – Correspondência entre os nós.

<b>Exp.</b>	<b>Num.</b>										
1	5	8	14	15	24	22	33	29	42	36	51
2	4	9	13	16	23	23	32	30	41	37	58
3	3	10	12	17	22	24	31	31	48	38	65
4	2	11	11	18	21	25	38	32	55	39	64
5	1	12	17	19	28	26	45	33	54	40	63
6	8	13	18	20	35	27	44	34	53	41	62
7	15	14	25	21	34	28	43	35	52	42	61

## 5. RESULTADOS

Feito o ajuste das frequências para o modelo numérico, buscou-se avaliar a correspondência entre o 1º modo de vibração do modelo número e do modelo experimental. Para isso utilizou-se o Modal Assurance Criterion (MAC). Extraíu-se do ANSYS as ordenadas modais de cada nó da malha numérica. De processamentos anteriores se tinha a ordenada modal de cada nó da malha experimental, que foram obtidos a partir do software StarModal. Aplicando a expressão do MAC, obteve-se os seguintes valores mostrados na Tabela 6:

Tabela 6 – Valores de MAC para o 1º modo de vibração

Experimental/Numérica	0	8	16	22
0	0,97187158	-	-	-
8	-	0,96134513	-	-
16	-	-	0,93327467	-
22	-	-	-	0,93101585

Os valores de MAC muito próximo de 1 mostram que há uma correspondência entre os modos de vibração dos modelos.

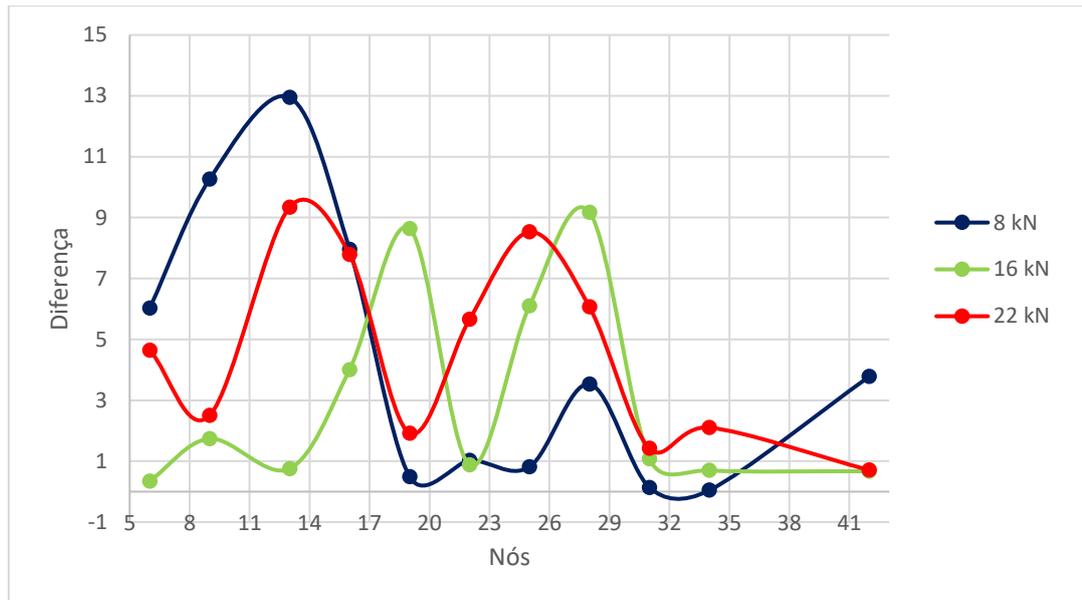
Para a utilização da expressão proposta por Pandey et al. (1991), usou-se a linha central ao longo dos 3,0 m do modelo experimental, visto que nessa região encontra-se a maior quantidade de nós. Utilizando um sistema de eixos que tem origem no nó 3, a posição de cada nó fica definida de acordo com a tabela 7:

Tabela 7 – Posição dos nós

Nó i	Posição (m)
3	0,00
6	0,20
9	0,45
13	0,70
16	0,95
19	1,20
22	1,45
25	1,70
28	1,95
31	2,20
34	2,45
42	2,70
39	2,85

Usando-se as ordenadas modais de cada nó, aplicou-se a expressão de diferenças finitas e obteve-se a curvatura de cada nó. Fez-se isso para a laje sã e para os estágios de 8, 16 e 22 kN. Calculou-se então o módulo da diferença entre as curvaturas de 8 e 0 kN, 16 e 0 kN e 22 e 0 kN, para a detecção e localização do dano e plotou-se o gráfico Diferença de curvatura x Nó para o modelo experimental (gráfico 1):

Gráfico 1 – Diferença de curvatura x Nó



O método proposto por Pandey et al. (1991), considera que picos de diferença, mostram onde o dano está localizado. Pode-se observar uma incoerência no gráfico obtido, visto que a fissura que surgiu quando se aplicou 8 kN, não está entre os nós 11 e 14 como mostrado, mas entre os nós 20 e 24. Buscou-se então encontrar de fato uma função que representaria o formato do modo, e derivando-a duas vezes se obteria a curvatura modal em função da posição do nó. Esse processo foi realizado com o auxílio do software EXCEL que encontrou uma função que representava de modo coerente a função do modo. Os gráficos 2, 3,4 e 5 mostram a função que representa o 1º modo de vibração para a laje sã, e para os estágio de carga de 8, 16 e 22 kN, respectivamente.

Gráfico 2 – Ordenada x Posição do nó – Laje sã

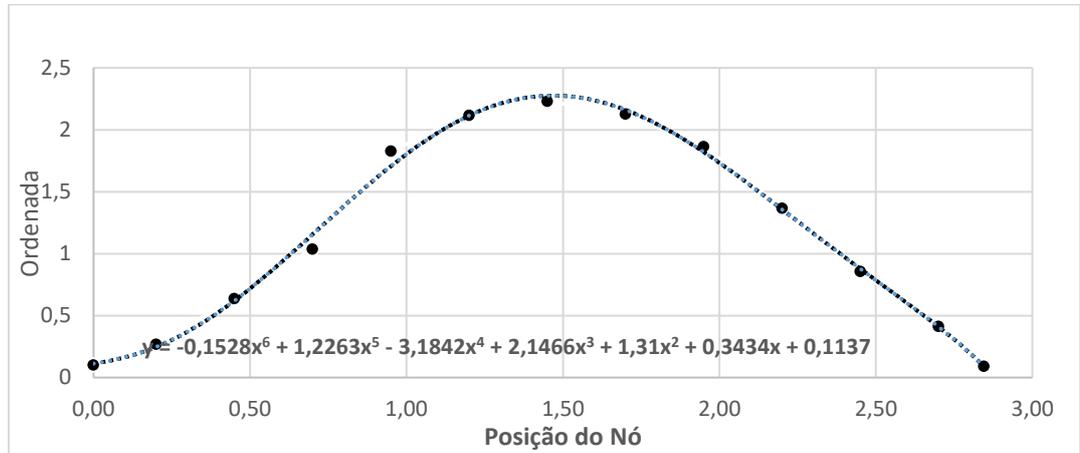


Gráfico 3 – Ordenada x Posição do nó – 8 kN

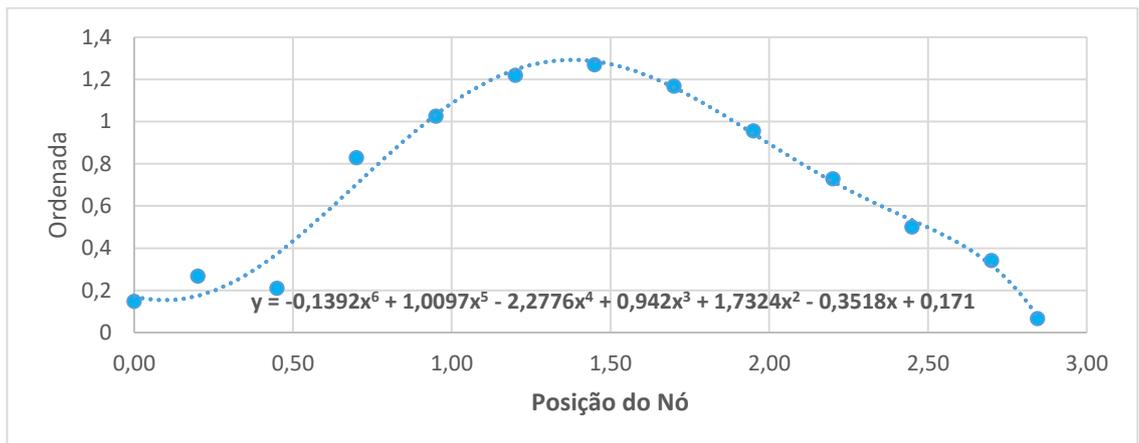


Gráfico 4 – Ordenada x Posição do nó – 16 kN

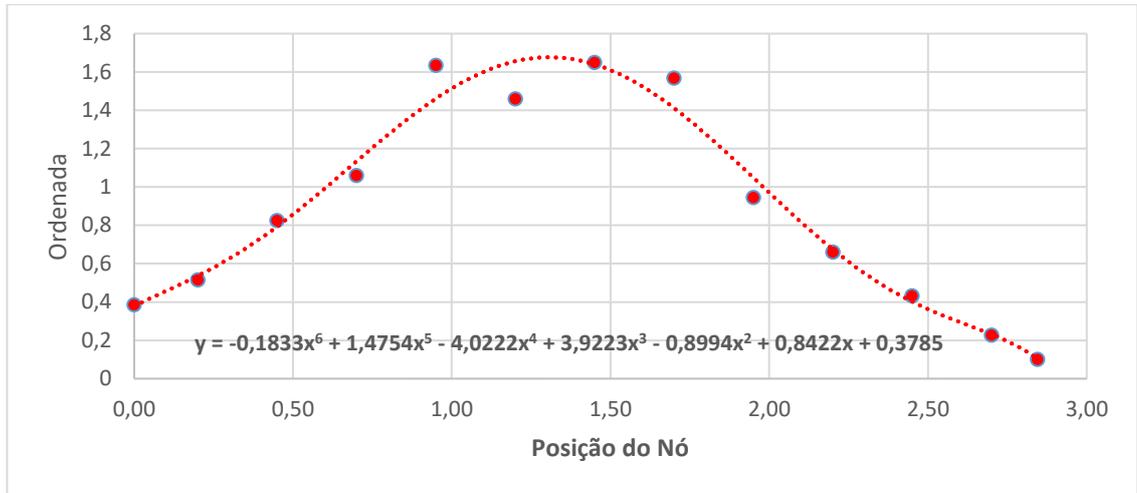
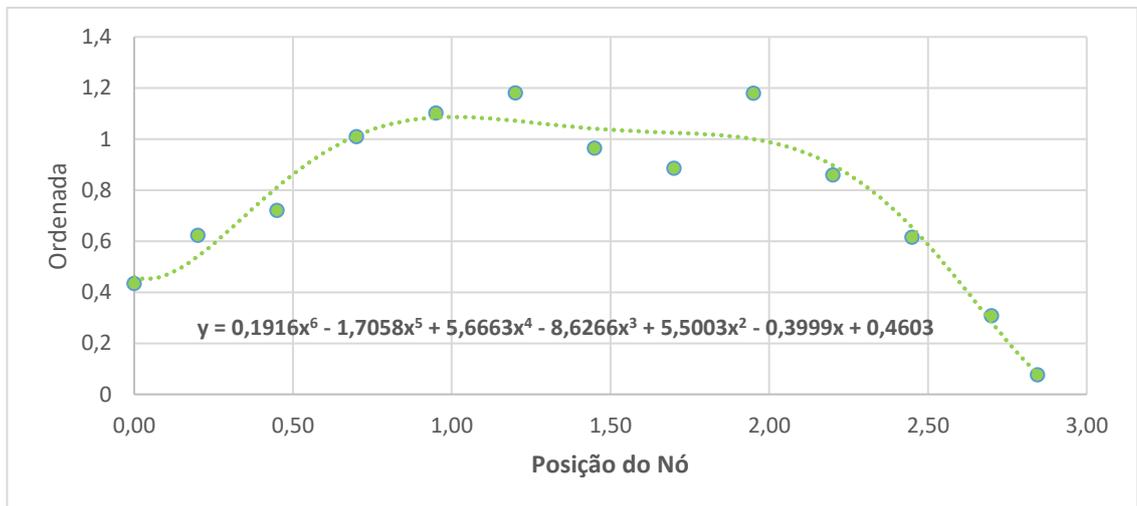
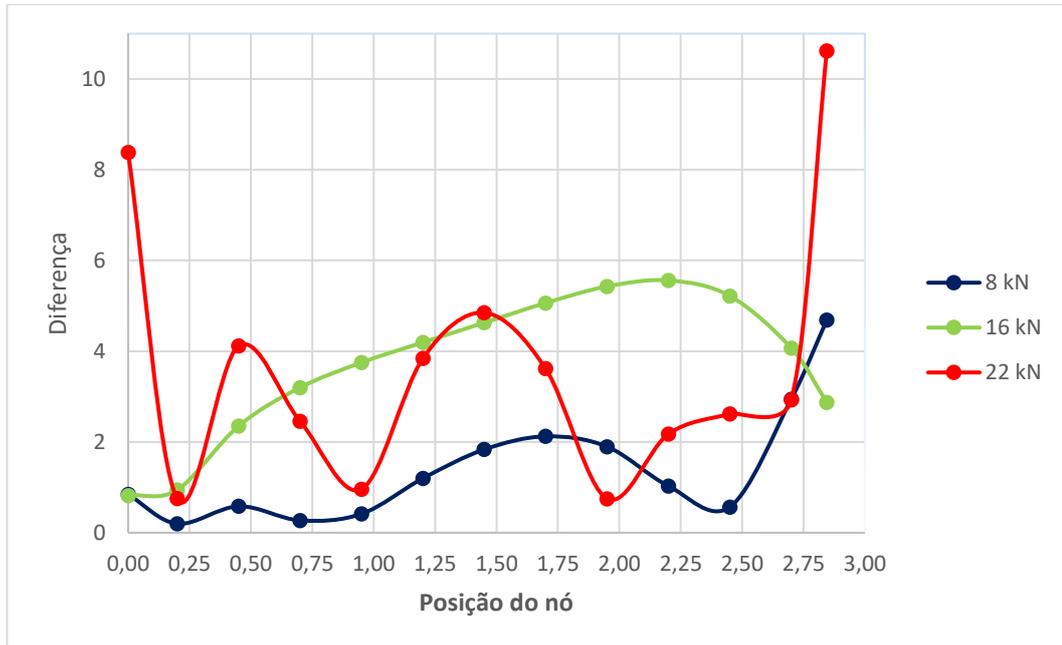


Gráfico 5 – Ordenada x Posição do nó – 22 kN



Obtendo-se a derivada segunda da função de cada modo, calculou-se a curvatura para cada posição ao longo da linha central da laje, e assim como tinha-se feito anteriormente calculou-se o módulo da diferença entre as curvaturas de 8 e 0 kN, 16 e 0 kN e 22 e 0 kN, para a detecção e localização do dano e plotou-se o gráfico Diferença x Posição do nó, para o modelo experimental (gráfico 6):

Gráfico 6 – Diferença de curvatura x Posição do nó



As posições de 0 e 2,85 m, podem ser desconsideradas visto que são os apoios. Pode - se observar no gráfico que o método utilizado conseguiu localizar o dano apenas no estágio de 8 kN.

## 6. CONCLUSÃO

As técnicas de detecção de danos através de ensaios não destrutivos mostram-se extremamente promissoras e já estão consolidadas na literatura, porém o que se vê no estado da arte atual são diversas pesquisas onde o dano é localizado em apenas um ou dois elementos, diferentemente do que apresentado nesse trabalho onde o dano é distribuído ao longo da superfície da laje. Pode-se observar que o método proposto por Pandey et al. (1991), não obteve sucesso na localização do dano. Possivelmente o pouco refinamento da malha associada a aplicação de uma expressão que já é uma aproximação por diferenças finitas fez com o que método não se mostrasse eficaz para o caso. Já a utilização das funções que representam as formas modais, e suas derivada segunda que representam a curvatura do modo, se mostrou relativamente eficaz na localização do dano causado pelo carregamento de 8 kN, nesse caso só havia uma fissura que percorria os 1,35m de largura da laje, podendo ser considerado um dano localizado, como os que são encontrados na literatura. Porém não conseguiu localizar os danos causados pelos demais estágios de carga. A falta de refinamento da malha experimental e o padrão de fissuração distribuído são possíveis causas que explicam o insucesso, somado a isso, há o fato de que para estágios de carga avançados, o software utilizado obteve uma função que não conseguiu representar bem a forma do modo, por isso, o uso de um software mais avançado, para obtenção dessas funções, pode auxiliar no sucesso da aplicação da técnica.

Além de avaliar a correspondência entre o 1º modo de vibração dos modelos experimental e numérico, a modelagem pode servir futuramente para avaliar a aplicabilidade da técnica na localização do dano, usando agora o modelo numérico. Sendo assim, uma sugestão para pesquisas futuras seria abordar a utilização de técnicas de detecção de danos em estruturas, nas quais o padrão de fissuração não fosse localizado em apenas um elemento, mas em vários.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adams, R. D., Walton, D., Flitcroft, J. E., Short, D. (1975). “*Vibration testing as a nondestructive test too for composite materials, Composite Reliability*”. ASTM STP(580): 159- 175.
- A.K. Pandey, M. Biswas and M.M. Samman, “**Damage detection from changes in curvature mode shapes**”, Journal of sound and vibration, 145(2), 1991, 321-332.
- Chaudhari, C. C., Gaikwad, J. A., Bhanuse, V. R., Kulkarni J. V. (2014) “*Experimental investigation of crack detection in cantilever beam using vibration analysis.*” First International Conference on Networks & Soft Computing, Guntur, Andhra Pradesh, India.
- Chen B, Xu YL, Qu WL. “*Evaluation of atmospheric corrosion damage to steel space structures in coastal áreas*”. Int J Solids Struct 2005;42:4673–94.
- Curadelli, R. O.; Riera, J. D.; Ambrosini, D.; Amani, M. G. “*Damage detection by means of structural damping identification*”. Engineering Structures”, 30, páginas 3497-3504, 2008.
- Dworakowski, Z.; Ambrozinski, L.; Mendrok, K.. “*Damage localization in plates with use of the procedure based on Modal Filtration*”. Journal of Physics: Conferenes Serires, 628, 012028, 2015.
- Friswell, M. I. & Penny, J. E. T. 2002 “*Crack modelling for structural health monitoring. Struct*”. Health Monit. Int. J. 1, 139–148.
- Lestari, W., Qiao, P.Z. and Hanagud, S. (2007). “*Curvature mode shape-based damage assessment of carbon/epoxy composite beams*”. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 18, 189–208.
- MEHTA P. K., MONTEIRO, P. J. M., “*Concrete: Microstructure, Properties and Materials*”, New York: McGraw-Hill Professional, 2005.
- Neville, A. M. “*Properties of Concrete*”. Fifth edition. Longman : Pearson Education Limited, 2011.
- Pandey, A.K. and Biswas, M. (1994). “*Damage Detection in Structures Using Changes in Flexibility*”. Journal of Sound and Vibration, 169, 3–17.
- Ratcliffe, C. P. (1997) “*Damage detection using a modified laplacian operator on mode shape data.*” Journal Sound and Vibration 204(3), 505-517.

Rucevskis S., Wesolowski M. (2010) “**Identification of damage in a beam structure by using mode shape curvature squares**” Shock and Vibration, Vol. 17(4-5), 601-610.

RYTTER, A. “*Vibration Based Inspection of Civil Engineering Structures*”. Aalborg: Departamento da Tecnologia da Construção e Engenharia Estrutural, Universidade de Aalborg. Fracture and Dynamics; N° 44, Vol. R9314.

Salawu, O.S. (1997). “*Detection of structural damage through changes in frequency: a review*”. Engineering Structures, 19(9), 718–723.

Sohn, H., Farrar, C. R., Hemez, F. M., Czarnecki, J. J., Shunk, D. D., Stinemates, D. W., and Nadler, B. R., 2004, “*A Review of Structural Health Monitoring Literature: 1996–2001*,” Report Number LA- 13976-MS, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, NM.